قوانين في حساب المثلثات

1. الزوايا المرفقة

$\sin(-x) = -\sin x$ $\qquad$ $\cos(-x) = \cos x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$ $\qquad$ $\cos(\pi - x) = -\cos x$

$\sin(\pi + x) = -\sin x$ $\qquad$ $\cos(\pi + x) = -\cos x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

2. العلاقات الأساسية

$1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}$ $\qquad$ $\tan^2 a + 1 = \frac{1}{\cos^2 a}$ $\qquad$ $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

3. قوانين المجموع

$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ $\qquad$ $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$ $\qquad$ $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

4. قوانين الضعف

$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$ $\qquad$ $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ $\qquad$ $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

5. قوانين Carnot

$1 - \cos 2a = 2\sin^2 a$ $\qquad$ $1 + \cos 2a = 2\cos^2 a$

6. قوانين Simpson

$\tan p + \tan q = \frac{\sin(p+q)}{\cos p \cos q}$ $\qquad$ $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\tan p - \tan q = \frac{\sin(p-q)}{\cos p \cos q}$ $\qquad$ $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

8. قوانين بـ $\tan \frac{a}{2}$

$\tan a = \frac{2\tan \frac{a}{2}}{1 - \tan^2 \frac{a}{2}}$ $\qquad$ $\cos a = \frac{1 - \tan^2 \frac{a}{2}}{1 + \tan^2 \frac{a}{2}}$ $\qquad$ $\sin a = \frac{2\tan \frac{a}{2}}{1 + \tan^2 \frac{a}{2}}$

التمرين السابع :

لتكن الأشعة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ ، $\vec{w}$ حيث : $(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{2\pi}{3}$ و $(\vec{v}, \vec{w}) = -\frac{\pi}{5}$

عين القيس الرئيسي بالراديان للزوايا الموجهة $(\vec{u}, \vec{w})$ و $(-\vec{w}, \vec{v})$

التمرين الثامن :

لتكن الدائرة المثلثية (C) نعتبر النقطتان A و B حيث :

$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}) = \frac{7\pi}{8}$ و $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB}) = -\frac{3\pi}{5}$

عين القيس الرئيسي لكل من الزوايا التالية : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OJ})$ ؛ $(\overrightarrow{OJ}, \overrightarrow{OB})$ ؛ $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$

التمرين التاسع :

حل في ℝ المعادلات التالية : $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos x$ ؛ $\sin(2x) = \sin\left(\frac{4\pi}{5} - 7x\right)$

$\mathrm{Cos}^2(3x) - \sin^2(4x) = 0$

التمرين العاشر :

حل في ℝ المعادلة التالية : $2x^2 + 7x + 3 = 0$ و إستنتج حلول المعادلة $2\sin^2 x + 7 \sin x + 3 = 0$

التمرين الحادي عشر :

السؤالين 1 و 2 مستقلين عن بعض .

1/ أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $(1 + \cos x + \sin x)^2 = 2(1 + \cos x)(1 + \sin x)$

ب/ إستنتج حلول المعادلة : $\cos x + \sin x = -1$

2/ أ/ حل في ℝ المعادلة : $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

ب/ عين بدلالة $\cos x$ و $\sin x$ عبارة $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

جـ/ أوجد من 2/ أ/ و 2/ ب/ حلول المعادلة : $\cos x + \sin x = -1$

التمرين الثاني عشر :

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x)$

التمرين الثالث عشر :

1. ضع على الدائرة المثلثية النقطة صورة العدد الحقيقي $\frac{\pi}{12}$
2. إستنتج إشارة كل من $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$
3. إذا علمت أن $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ فأحسب $\cos \frac{\pi}{12}$