

التمرين الأول : 04 نقط

$$\text{لتكن } (a_n) \text{ متنالية عددية بحيث : } \begin{cases} a_{n+1} - a_n = \frac{1}{3^{n+1}} \\ a_0 = 1 \end{cases} \text{ أحسب } a_n \text{ بدلالة } n$$

التمرين الثاني: 06 نقط

$$\begin{cases} U_0 = 2, & V_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 3V_n}{4}, & V_{n+1} = \frac{3U_n + V_n}{4} \end{cases} \text{ نعتبر المتناليتين } (U_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ و } (V_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ المعرفتين بما يلي :}$$

$$\text{نضع } b_n = U_n + V_n \text{ و } a_n = U_n - V_n$$

1. أ) بين أن (a_n) هندسية ثم أحسب a_n بدلالة n .
- ب) بين أن $b_n = 6$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$.
2. استنتج U_n و V_n من أجل كل $n \in \mathbb{N}$.
3. أحسب $\lim U_n$ و $\lim V_n$.

التمرين الثالث: 10 نقط

$$\text{نعتبر المتتالية } (U_n) \text{ المعرفة بما يلي : } U_0 = 3 \text{ و } U_{n+1} = \frac{1}{2} \left(U_n + \frac{7}{U_n} \right) \text{ من أجل كل } n \in \mathbb{N}$$

1. بين أن : $U_{n+1} - \sqrt{7} = \frac{(U_n - \sqrt{7})^2}{2U_n}$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$.
2. بين بالتراجع أن : $U_n \geq \sqrt{7}$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$.
3. بين أن (U_n) متقاربة.
4. بين أن : $U_{n+1} - \sqrt{7} \leq (U_n - \sqrt{7})$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$.
5. أ) بين بالتراجع أن : $0 \leq U_n - \sqrt{7} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$.
ب) استنتج نهاية (U_n) .