

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات	امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
دورة: جوان 2012	الشعب: أداب وفلسفة + لغات أجنبية
المدة: ساعتان ونصف	اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

1. n و n' عددان طبيعيان حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.
2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أن: $2^{2012} = 3 \times 670 + 2$)
3. n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $9 - 2n^2$ على 11 هو 10.
4. $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty)$ بالعبارة: $\cdot (O; \vec{i}, \vec{j})$ التمثيل البياني للدالة g في مستوى منسوب إلى معلم (C_g) يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$.
- ب) المنحني (C_g) يقبل مماساً معادل توجيهه يساوي -2.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a, b, c ثلاثة حدود متتابعة لمتالية حسابية متزايدة أساسها r حيث: $a+b+c=9$

1. أ) احسب b ثم اكتب a و c بدلة r .

ب) علماً أن: $a \times c = -16$

- عين الأساس r ثم استنتج a و c .

2. (u_n) متالية حسابية حدها الأول $-2 = u_0$ و أساسها 5.

أ) عبر عن الحد العام u_n بدلة n .

ب) احسب u_{15} ثم استنتاج المجموع: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$

3. (v_n) متالية عددية معرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $8v_n - u_n = 0$

- احسب المجموع: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{15}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعبارة: $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (C) .

1. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
 2. احسب (f') ثم ادرس إشارتها . (f') الدالة المشتقة للدالة f
 3. شكل جدول تغييرات الدالة f .
4. أ) اكتب معادلة المستقيم (Δ) المماس للمنحني (C) في النقطة ذات الفاصلة 1 .
ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
 $f(x) - (3x - 5) = -(x - 1)^3$ ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) والمستقيم (Δ) .
ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) والمستقيم (Δ) .
5. احسب $(-f)$ ثم أنشئ المماس (Δ) و المنحني (C) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

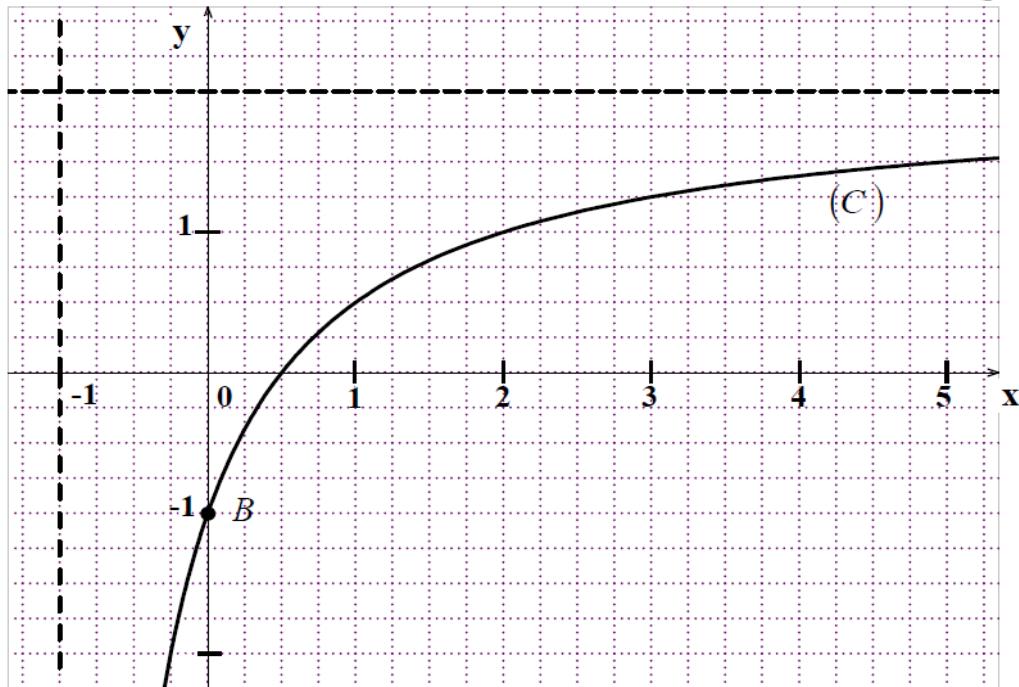
- $a - b \equiv 5[11]$ و $a + b \equiv 7[11]$ عدانت طبيعيان بحيث :
1. أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $b^2 - a^2$ على العدد 11.
 - ب) بيّن أنّ : $b \equiv 1[11]$ و $a \equiv 6[11]$ ثم استنتج أنّ : $2b \equiv 2[11]$ و $2a \equiv 1[11]$
 2. أ) أثبت أنّ : $a^5 \equiv -1[11]$
 - ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k} \equiv 1[11]$
 3. أ) تحقق أنّ : $2012 = 10 \times 201 + 2$
 - ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متالية حسابية متزايدة ، أساسها r ، حدّها الأول u_1 و $u_3 = 7$.
1. أ) احسب بدلالة r الجدائين :
 - أ) عين الأساس r بحيث : $T_2 - T_1 = 27$
 - ب) نضع $r = 3$. - أ) اكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .
 - ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معروف :
 - أ) اكتب الحدّ S_n بدلالة العدد الطبيعي n .
 - ج) جد العدد الطبيعي n بحيث : $S_n = 145$ - أ) اكتب الحدّ u_{n+5} بدلالة العدد الطبيعي n .
 - ب) تتحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معروف :
 - ج) استنتج الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\frac{u_{n+5}}{n}$ طبيعاً.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty)$ بالعبارة: $f(x) = 2 - \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.
 يرمز (C) إلى التمثيل البياني للدالة f في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتاجنس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح أدناه.



1. اعتماداً على التمثيل البياني (C) بين أن: $a = 3$.
2. أ) احسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.
- ب) احسب $(f'(x))'$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $[-1; +\infty)$. الدالة المشتقة للدالة f
3. أ) حل في المجال $[-1; +\infty)$ المعادلة: $f'(x) = \frac{3}{4}$
- ب) (D) مستقيم معادلته: $y = \frac{3}{4}x - 1$
- اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم (D) .
4. احسب f ثم حل بيانيا المترابحة $f(x) \geq 0$.

العلامة المجموع		عناصر الإجابة
		<u>الموضوع الأول</u>
التمرين الأول : (06 نقاط)		
	05 خاطئة . 1
	075 ، الباقي هو 2 $n = 3(n' + 1) + 2$
	05 صحيحة . 2
	075 $2^{2012} \equiv 4[7]$ أي $2^{2012} \equiv 2^2[7]$ عدّد $2^3 \equiv 1[7]$ و $2^{2012} = 2^{3 \times 670 + 2}$
	05 صحيحة . 3
	075 $2n^2 - 9 \equiv 10[11]$ و منه $2n^2 - 9 \equiv -1[11]$
06	05 صحيحة . 4
	05 $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$
	05 خاطئة . ب)
	075 $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$
التمرين الثاني : (06 نقاط)		
	2025+05 $c = 3 + r$ و $a = 3 - r$ و $b = 3$ (أ . 1)
	2025+05 $r = -5$ و $r = 5$ ، الحلول : $r^2 = 25$
	2025 $r = -5$ مقبول و منه $r = 5$ مقبول
06	2025 $c = 8$ و $a = -2$
	05+025 $u_n = -2 + 5n$ و $u_n = u_0 + nr$ (أ . 2)
	05 $u_{15} = 73$ (ب)
	05+025 $S = 568$ و منه $S = \frac{16}{2}(u_0 + u_{15})$
	05+05 $S' = 71$ و منه $S' = \frac{1}{8}S$. 3

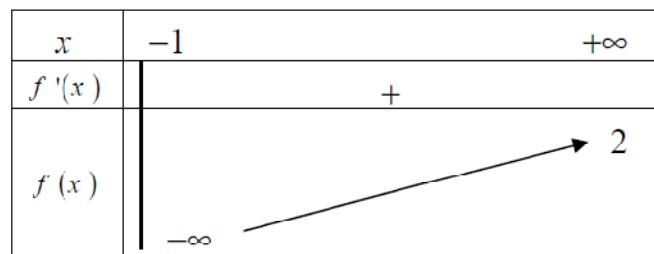
<u>التمرين الثالث : (08 نقاط)</u>																	
2×0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.1															
1	$f'(x) = -3x^2 + 6x$.2															
0.5	الإشارة : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td></tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0					
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
$f'(x)$	-	0	+	0													
1	3. جدول التغيرات <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘</td><td>-4</td><td>0 ↗</td><td>$-\infty$ ↘</td></tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	$f(x)$	$+\infty$ ↘	-4	0 ↗	$-\infty$ ↘
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
$f'(x)$	-	0	+	0													
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-4	0 ↗	$-\infty$ ↘													
8	0.25 $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$ (أ.4)															
0.75	(Δ) : $y = 3x - 5$															
0.5	$f(x) - (3x - 5) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$ (ب)															
0.5	$-(x - 1)^3 = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$															
0.75	ج) الوضعية : فوق المستقيم (C) إذا كان $x < 1$ تحت المستقيم (Δ) إذا كان $x > 1$ يقطع المستقيم (C) إذا كان $x = 1$ (Δ)															
0.25	$f(-1) = 0$.5															
1+0.5	رسم (C) و (Δ)															

<u>الموضوع الثاني</u>		
<u>التمرين الأول : (06 نقاط)</u>		
	2×0.5 $a^2 - b^2 \equiv 2[11]$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 35[11]$
	2×0.5 $b \equiv 1[11]$ ومنه $2b \equiv 2[11]$
	3×0.5 $a \equiv 6[11]$ ومنه $2a \equiv 1[11]$ بالجمع $2a \equiv 12[11]$
	0.5 $a^5 \equiv -1[11]$ أي $a^5 \equiv 10[11]$
6	1 $a^{10k} \equiv 1[11]$
	0.25 التحقق : $2012 = 10 \times 201 + 2$
	0.75 $a^{2012} \equiv 3[11]$ منه $a^2 \equiv 3[11]$ و $a^{2012} \equiv a^2[11]$
<u>التمرين الثاني : (06 نقاط)</u>		
	0.75 $T_1 = 49 - 4r^2$ منه $u_5 = 7 + 2r$ و $u_1 = 7 - 2r$.1.I
	0.75 $T_2 = 49 - r^2$ منه $u_4 = 7 + r$ و $u_2 = 7 - r$
	3×0.25 $r = -3$ أو $r = 3$ و $T_2 - T_1 = 3r^2$.2
	0.5+0.25 $u_n = 3n - 2$ و $u_n = u_3 + (n-3)r$.1.II
6	0.5+0.25 $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$ و $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$ (ب)
	3×0.25 $n_2 = -\frac{29}{3}$ أو $n_1 = 10$ و $\sqrt{\Delta} = 59$ (ج) (مرفوض)
	0.5 $u_{n+5} = 3n + 13$.2
	0.5 $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$ التتحقق : (ب)
	0.5 $n = 13$ أو $n = 1$ (ج)

التمرين الثالث : (08 نقاط)

- 05+025 $a = 3$ أي $2-a=-1$ ومنه $f(0)=-1$ (1)
- 2×0.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ (2)
- 2×0.5 التفسير الهندسي : $x = -1$ و $y = 2$ مستقيمان مقاربان
- 1 $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$ (ب)
- 1 جدول التغيرات

8



- 0.5 $x^2 + 2x - 3 = 0$ تكافئ $f'(x) = \frac{3}{4}$ (3)
- 0.5 ، الحلول : $x_2 = -3$ أو $x_1 = 1$ (مرفوض)
- 0.25 $y = f'(1)(x-1) + f(1)$ (ب)
- 0.75 $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$
- 2×0.5 $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$ ، $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ (4)