

ثانوية: عبد الحميد بن باديس - بيضاء برج -

مديرية التربية لولاية سطيف

دورة: ماي 2015

امتحان: بكالوريا تجريبي

يوم: 11 ماي 2015

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات و نصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1- احسب الحدود u_1, u_2, u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

2- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n + 3$

ب- ادرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

ج- استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل. هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة؟

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة $v_n = u_n - n$.

أ- برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها.

ب- عبّر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n) عند $+\infty$

ج- احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

4- لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة $t_n = \ln(v_n)$

أ- برهن أن المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب- احسب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$

و استنتج بدلالة n الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-2; 0; 0)$ ، $B(0; -2; 0)$ ، $C(0; 0; -2)$ و I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$

1. - أ- بيّن أن النقط A ، B ، C تعيّن مستويا نرسم له بالرمز (Q)

ب- بين أن للمستوي (Q) معادلة من الشكل: $x + y + z + 2 = 0$

2. - (P) المستوي الذي يشمل النقطة I ويعامد الشعاع \overline{AB}

أ- أكتب معادلة للمستوي (P) . ماذا يمثل المستوي (P) ؟

ب- بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (d) يشمل النقطة C وأن الشعاع

$\vec{U} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ هو شعاع توجيه له. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d)

3. أ- بيّن أن الشعاعين \overline{AI} و \overline{CI} متعامدان

4. أ- تحقق أن الرباعي $OAIC$ هو رباعي الوجوه.

ب- احسب المسافة $d(O, (Q))$ ، ثم احسب حجم الرباعي الوجوه $OAIC$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- I. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$
- II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ النقط :

$$z_C = 2, z_B = -1 - i\sqrt{3}, z_A = -1 + i\sqrt{3} \quad \text{و } C \text{ و } B \text{ و } A \text{ التي لآحقاتها على الترتيب}$$

$$\text{(أ) بيّن أن } \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

(ب) عيّن طبيعة المثلث ABC .

(ج) عيّن مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC . أرسم (C)

1. (أ) عيّن الطبيعة و العناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقّق

$$2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$$

(ب) تحقّق أنّ النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ) .

2. ليكن R الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ- عيّن صورة النقطة B بالدوران R

ب- عيّن لآحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

ج- عيّن صورة المجموعة (Γ) بالدوران R

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة $g(x) = -\frac{2x}{x+1} + \ln(x+1)$

(C) المنحنى البياني للدالة g في معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1/ احسب نهايتي g عند -1 و $+\infty$

2/ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكّل جدول تغيراتها

3/ بيّن أن المنحنى المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر فاصلته α حيث $3.9 < \alpha < 4$.

4/ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

5/ انشئ (T) و (C) .

6/ ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $g(x) = -x + |m|$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة $f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^{2x})$.

(φ) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1/ بين أن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x) = -e^{-x} \times g(e^{2x})$.

2/ حل في \mathbb{R} المعادلة $f'(x) = 0$.

3/ ادرس اتجاه تغيرات الدالة f .

4/ بيّن أن $f(\ln \sqrt{\alpha}) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ ثم جد حصرًا للعدد $\frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$

5/ - (أ) بيّن أنّ من أجل كل x من \mathbb{R} لدينا $f(x) = \frac{2x}{e^x} + \frac{\ln(1 + e^{2x})}{e^x}$ (ب) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

6/ بيّن أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ (لاحظ أنّه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = e^x \times \frac{\ln(1 + e^{2x})}{e^{2x}}$)

8/ انشئ المنحنى (φ)

7/ شكّل جدول تغيرات الدالة f

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$ و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطوال $2cm$ معطى في الملحق

(II) (u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $u_0 = \frac{5}{4}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$:

(أ) برهن بالتراجع أن: $1 < u_n < 2$

(ب) باستعمال المنحني (C) والمستقيم $y = x$: (Δ) . علم على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3

(ت) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) برهن تخمينك

(ث) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة عيّن نهايتها

(III) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $v_n = \ln(u_n - 1)$

(أ) برهن أن: (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

(ب) أكتب v_n ثم u_n بدلالة n

(ج) احسب بدلالة n المجموع $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقطتين: $A(2; 1; 2)$ ، $B(0; 2; -1)$ ،

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 6t - 2 \\ y = -2t + 1 \\ z = 4t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$$

1. اكتب تمثيلاً وسيطياً بدلالة الوسيط k للمستقيم (AB)

2. بين أن المستقيمين (Δ) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي

3. (P) هو المستوي الذي يشمل المستقيم (AB) و يوازي (Δ)

أ- تحقق ان الشعاع $\vec{n}(1; 5; 1)$ ناظمي للمستوي (P) ثم استنتج معادلة ديكراتية له

ب- احسب المسافة d بين (Δ) و (P)

4. أ- عيّن احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AB]$

5. لتكن (δ) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $MA^2 - MB^2 = 2$

- تحقق ان النقطة $H(1; 1; 0)$ تنتمي إلى (δ) ثم استنتج طبيعة المجموعة (δ) .

6. لتكن نقطة متغيرة من (Δ) ونعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة $f(t) = AN^2$.

- ادرس اتجاه تغيرات f استنتج ثانية المسافة بين (Δ) و A

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1- في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحي $z_A = 1 + i$ ، $z_B = -1 + 3i$ ، $z_C = -3 + i$ على الترتيب

أ- علم النقط A ، B ، C

ب- h هو التحاكي الذي نسبته 2 ويحول A الى C . عين z_w لاحقة النقطة w مركز التحاكي h

2- أ- نضع $L = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب L ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب- عين مجموعة الأعداد الطبيعية n بحيث L^n تخيليا صرفا

3- لتكن النقطة D بحيث $\overline{DC} = \overline{AB}$ و I منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$

أ- بين أن D مرجح النقط A ، B ، C مرفقة بمعاملات حقيقية يُطلب تعيينها

ب- عين z_D لاحقة D و z_I لاحقة I

ج- عين وانشئ المجموعة (φ) للنقط M من المستوي بحيث: $\|\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = \frac{1}{2} \|\overline{MB} + \overline{MC}\|$

4- نعتبر النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 1 + 5i$

أ- اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_I - z_A}{z_D - z_E}$ ثم استنتج أن $DE = 2AI$ و (DE) يعامد (AI)

ب- عين مركز ونسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي يحول D إلى I و يحول E إلى A .

ج- ما هي صورة الدائرة التي مركزها D وتشمل E بالتشابه المباشر S .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$

1. أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2\ln x}{x} + x - 1$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا.

أدرس وضعية (C_f) مع مستقيمه المقارب (Δ)

(3) أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج إشارة f' ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) عند نقطة يطلب تعيين إحداثيها ثم اكتب معادلة (T)

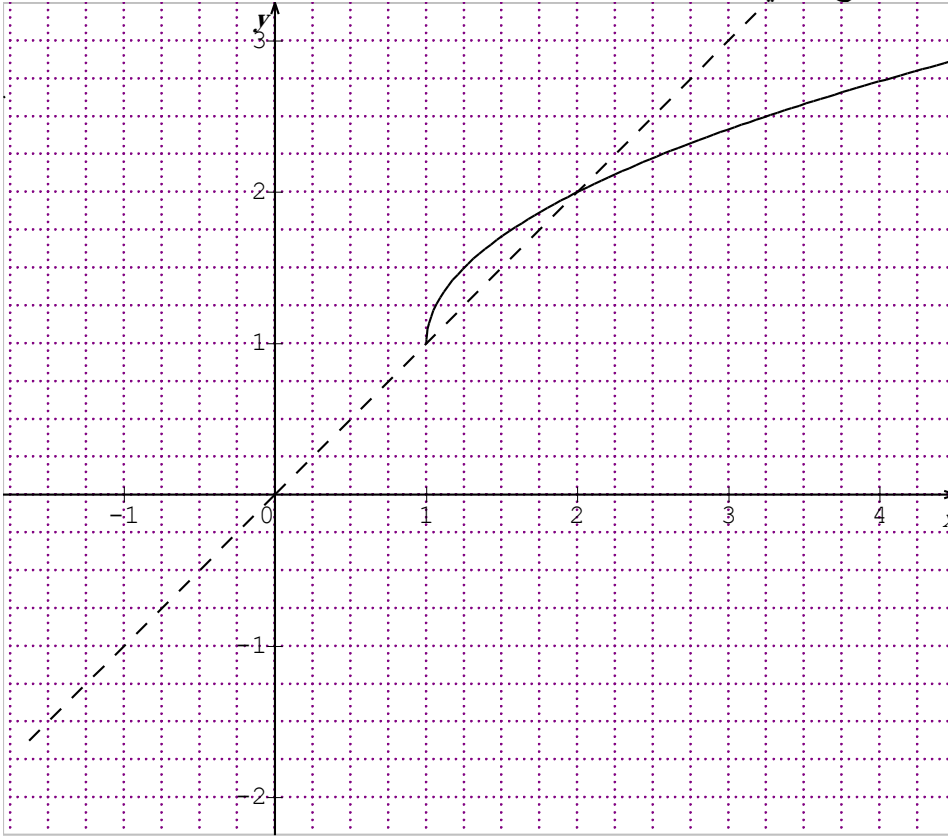
(5) أنشئ كلا من المستقيمين (Δ) و (T) ، ثم المنحنى (C_f) .

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $2\ln x - xm = x$

والله الموفق

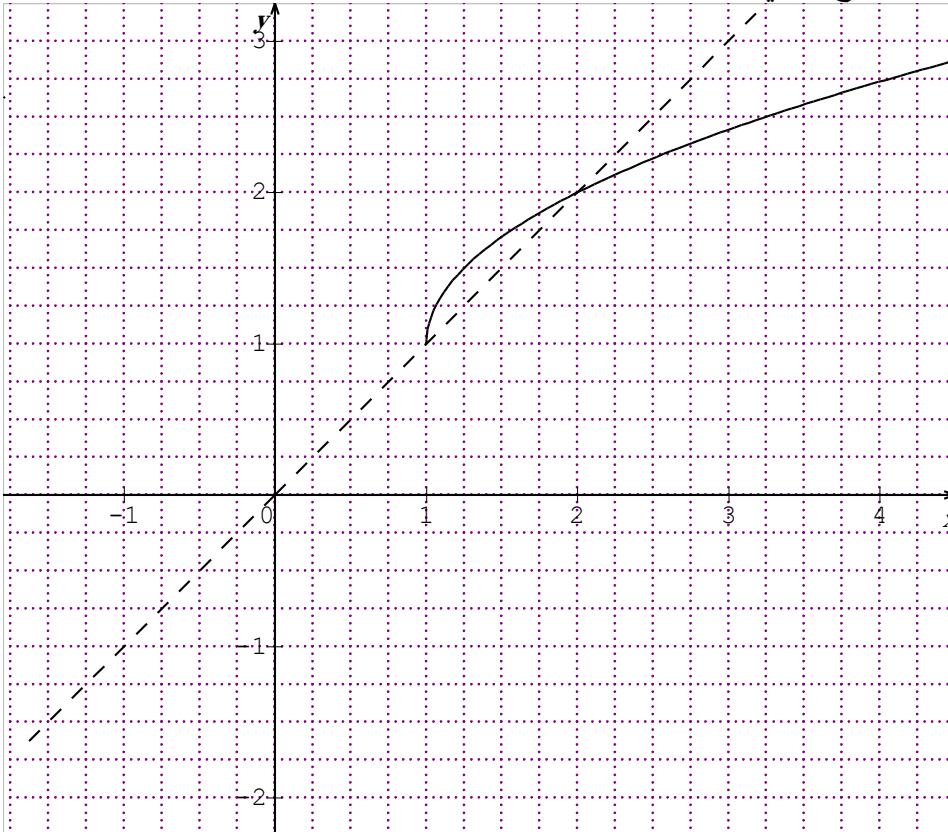
تمنياتنا لكم بالنجاح في امتحان بكالوريا 2015

ملاحظة: مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة
الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الثاني



الإسم:
اللقب:
القسم: 3 ع ت

ملاحظة: مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة
الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الثاني



الإسم:
اللقب:
القسم: 3 ع ت