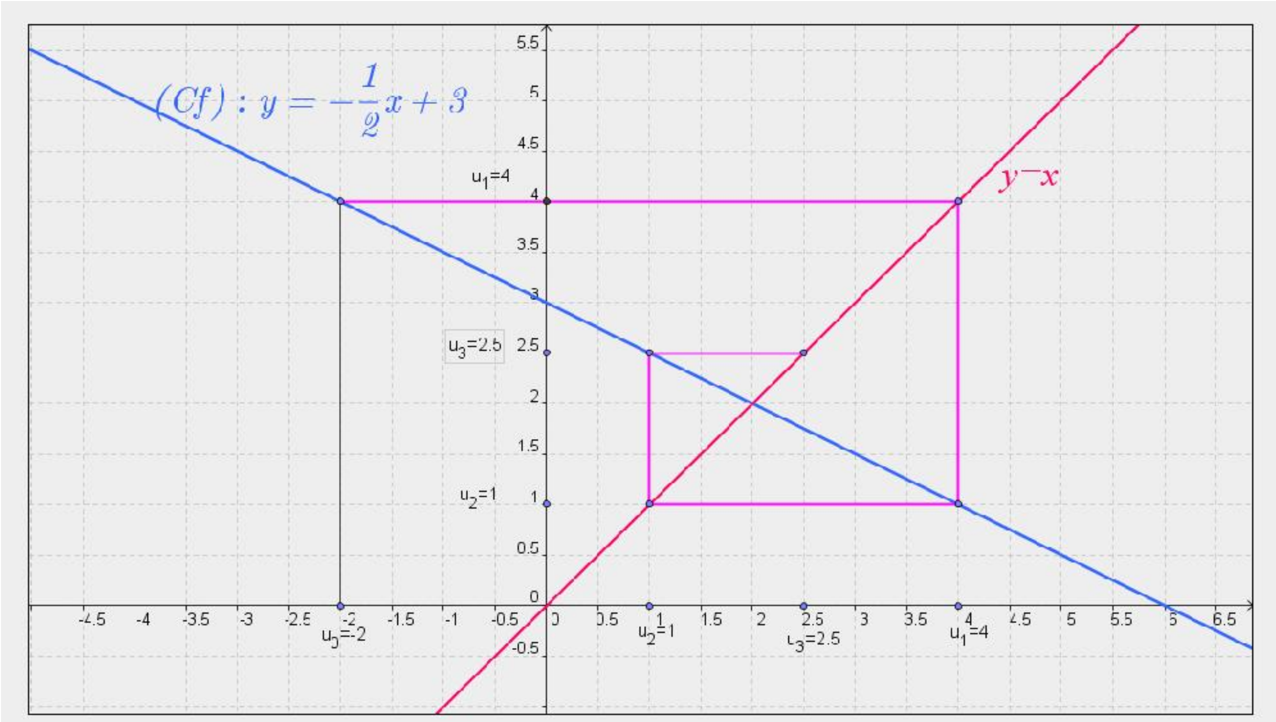
تصحيح الفرض الأول للثلاثي الثاني – 2 ثانوي رياضيات

التمرين الأول :

1) تمثيل الحدود على محور الفواصل : 02.5



2) تعيين قيمة كل حد من الحدود : $u_3 = 2.5, u_2 = 1, u_1 = 4$ 1.5

التمرين الثاني :

لدينا : (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{-u_n + 6}{u_n - 2}$

1) حساب الحدود : u_3, u_2, u_1 :

$u_1 = \frac{-u_0 + 6}{u_0 - 2} = \frac{-4+6}{4-2} = 1$ 0.5 ، $u_2 = \frac{-u_1 + 6}{u_1 - 2} = \frac{-1+6}{1-2} = -5$ 0.5

$u_3 = \frac{-u_2 + 6}{u_2 - 2} = \frac{-(-5)+6}{-5-2} = -\frac{11}{7}$ 0.5

2) لدينا : (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3}$.

أ) تبيان أنَّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = -\frac{1}{4}v_n$:

لدينا : $v_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 2}{u_{n+1} - 3} = \frac{\frac{-u_n + 6}{u_n - 2} + 2}{\frac{-u_n + 6}{u_n - 2} - 3}$ ومنه

$$v_{n+1}=\frac{\frac{-u_n+6+2u_n-4}{u_n-2}}{\frac{-u_n+6-3u_n+6}{u_n-2}}=\frac{u_n+2}{u_n-2}\times\frac{u_n-2}{-4u_n+12}=-\frac{1}{4}\times\frac{u_n+2}{u_n-3}=-\frac{1}{4}v_n$$

- إذن : $v_{n+1}=-\frac{1}{4}v_n$ 01.5

ومنه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=-\frac{1}{4}$ وحدها الأول $v_0=\frac{u_0+2}{u_0-3}=\frac{4+2}{4-3}=6$ 0.5

ب) حساب عبارة الحد العام v_n بدلالة n :

.$v_n=v_0q^n=6\left(-\frac{1}{4}\right)^n$ 0.5

ج) التعبير عن u_n بدلالة v_n :

- لدينا : $v_n=\frac{u_n+2}{u_n-3}$ ومنه $v_n(u_n-3)=u_n+2$ وبالتالي

$v_nu_n-3v_n=u_n+2$

أي : $v_nu_n-u_n=3v_n+2$ إذن : $u_n=\frac{3v_n+2}{v_n-1}$ 01

- استنتاج عبارة u_n بدلالة n :

$$u_n=\frac{3\times 6\left(-\frac{1}{4}\right)^n+2}{6\left(-\frac{1}{4}\right)^n-1}=\frac{18\left(-\frac{1}{4}\right)^n+2}{6\left(-\frac{1}{4}\right)^n-1}$$ 0.5

د) حساب المجموع S_n :

$$S_n=v_0\times\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)=6\times\left(\frac{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)}\right)$$ أي

$$S_n=6\times\frac{4}{5}\left(1-\left(-\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)=\frac{24}{5}-\frac{24}{5}\left(-\frac{1}{4}\right)^{n+1}$$ 01.5

التمرين الثالث :

لدينا : $f(x)=\frac{x^2+4}{x^2+1}$ مجموعة التعريف : $D_f=\mathbb{R}=]-\infty;+\infty[$

1) تعيين الأعداد الحقيقية c,b,a بحيث يكون من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $f(x)=a+\dfrac{bx+c}{x^2+1}$:

- لدينا : $f(x)=a+\dfrac{bx+c}{x^2+1}=\dfrac{a\left(x^2+1\right)+bx+c}{x^2+1}=\dfrac{ax^2+bx+a+c}{x^2+1}$

بالمطابقة نجد : $\begin{cases}a=1\\ b=0\\ a+c=4\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a=1\\ b=0\\ c=4-a=3\end{cases}$ أي $(a;b;c)=(1;0;3)$ 01.5

إذن $f(x)=1+\dfrac{3}{x^2+1}$

2) حساب $f'(x)$:

$$f'(x)=-\frac{6x}{\left(x^2+1\right)^2}$$ 0.75

- دراسة إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

0.75

- استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$:

الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ و متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$. 01

3) كتابة معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1:

$y=f'(1)(x-1)+f(1)=-\dfrac{6}{4}(x-1)+\dfrac{5}{2}$ أي $(T):y=-\dfrac{3}{2}x+4$ 01

4) حساب $f(-x)-f(x)$:

$f(-x)-f(x)=1+\dfrac{3}{(-x)^2+1}-1-\dfrac{3}{x^2+1}=0$ ومنه $f(-x)=f(x)$ 0.75

أي f دالة زوجية .

- الاستنتاج بالنسبة للمنحني (C_f) : يقبل محور تناظر هو محور التراتيب . 0.5

5) تعيين حصرا للدالة f على المجال $[0,1]$:

بما أنَّ f متناقصة تماما على المجال $[0,1]$ فان $f(1)\le f(x)\le f(0)$ أي

$4\le f(x)\le\dfrac{5}{2}$ 0.75

التمرين الرابع :

حساب المجموع $S=1+\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}+4+4\sqrt{2}+\ldots+2^{10}$

هو مجموع حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $q=\sqrt{2}$ و حدها الأول 1

وبالتالي $S=1\times\left(\frac{1-\left(\sqrt{2}\right)^{21}}{1-\sqrt{2}}\right)$

أي

$$S=1\times\left(\frac{1-\left(\sqrt{2}\right)^{21}}{1-\sqrt{2}}\right)=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-1024\sqrt{2}\right)}{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{2}\right)}=\frac{1-1024\sqrt{2}+\sqrt{2}-2048}{1-2}=2047+1023\sqrt{2}$$

02 $S=2047+1023\sqrt{2}$

انتهى تصحيح الفرض الاول ☺