التمرين 01 :

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3+x+2)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}x^3$ $\lim\limits_{x\to+\infty}x^3$

$\lim\limits_{x\to-\infty}(\frac{1}{2}x^4-x+2)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(-3x^3+x^2-1)$

$\lim\limits_{x\to2}(2-x)\sqrt{x+1}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^4+x)$

$\lim\limits_{x\to1}\frac{x}{\sqrt{1-x}}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\frac{2x+1}{\sqrt{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to4}(x\sqrt{x})$

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x+3}{2x-1}$ ، $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x+3}{2x-1}$

التمرين 02 :

أحسب نهايات الدالة f عند أطراف المجال المعطى .

1) $f(x)=\frac{2x^2-x+3}{x^2+1}$ ؛ $D=]-\infty;+\infty[$

2) $f(x)=\frac{-x^2+3}{x+2}$ ؛ $D=]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$

3) $f(x)=\frac{3x^2+2x}{2x^3+1}$ ؛ $D=[0;+\infty[$

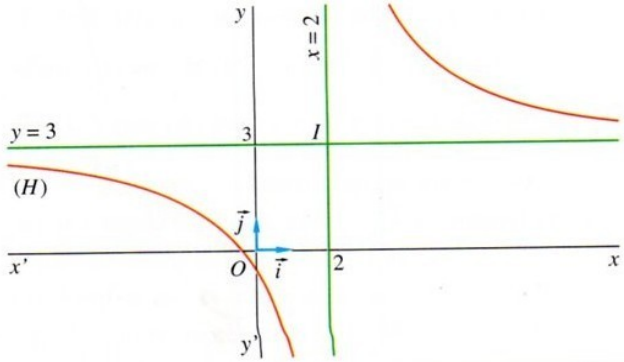
4) $f(x)=\frac{x^2+3x}{x-1}$ ؛ $D=\mathbb{R}-\{1\}$

5) $f(x)=\frac{x+3}{x^2+2x-3}$ ؛ $D=\mathbb{R}-\{1,-3\}$

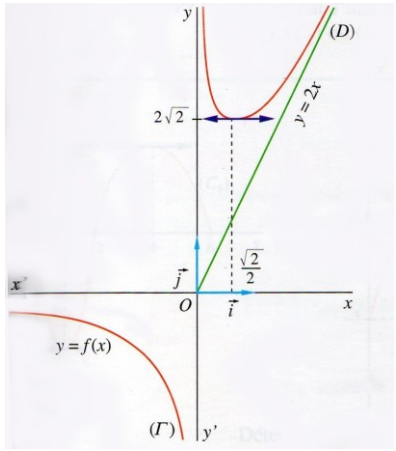
6) $f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ ؛ $D=]-1;+\infty[$

التمرين 03 :

1) لاحظ جيدا المنحنى (H) ثم عين المستقيمات المقاربة لـ (H)



2) لاحظ جيدا المنحنى (Γ) ثم عين المستقيمات المقاربة لـ (Γ)



التمرين 04 :

أعط التفسير الهندسي للنهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to3}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=3$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$

$\lim\limits_{x\to-4}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to2}f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to0}f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$

التمرين 05 :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{-1,2\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^2-x+3}{x^2-x-2}$

- أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .
- عين المستقيمات المقاربة الموازية للمحورين .

التمرين 06 :

فسر هندسيا النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-(2x+1)]=0$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g(x)-(\frac{1}{2}x-1)\right]=0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$

التمرين 07 :

عين معادلات المستقيم المقارب المائل في الحالات التالية ثم أدرس الوضع النسبي بين المقارب المائل و C_f .

1) $f(x)=3x-1+\frac{1}{x^2}$ ؛ $f(x)=-x+2+\frac{x-1}{x^2+1}$

2) $f(x)=-x+\frac{x}{2x^2+1}$ ؛ $f(x)=x+\frac{5}{x-1}$

التمرين 08 :

أثبت أن المستقيم (Δ) مقارب مائل في الحالات التالية :

1) $f(x)=\frac{2x^2+3}{x-1}$ و $(\Delta):y=2x+2$

2) $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$ و $(\Delta):y=x$

3) $f(x)=\frac{x^3+5x-1}{x^2+4}$ و $(\Delta):y=x$

التمرين 09 :

f دالة معرفة بجدول تغيراتها :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	$\|\|+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

من خلال قراءتك للجدول استنتج ما يلي :

1) مجموعة تعريف الدالة f
2) القيم التي تعدم المشتقة .
3) نهايات f عند أطراف مجموعة التعريف
4) المستقيمات المقاربة للمنحنى الممثل للدالة f .

أنشئ C_f

التمرين 10 :

f دالة عددية معرفة بجدول تغيراتها

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$\|\|$	$+$	
$f(x)$	$+3$	$\nearrow$	$\|\|+\infty$	$\nearrow$	-1
			$\|\|-\infty$		

1) عين المستقيمات المقاربة ثم أرسمها
2) أنشئ $\mathcal{C}_f$

التمرين 11 :

f دالة معرفة بجدول تغيراتها

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

$$f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+1}$$

- عين النهايات
- عين معادلات المستقيمات المقاربة (العمودي – المائل)
- أدرس الوضع النسبي مع المقارب المائل
- أنشئ المقاربات ثم أنشئ $\mathcal{C}_f$
- ماذا يمكن القول عن النقطة $(-1, 0)$

التمرين 12 : $BAC\ 2008$ تسيـــير

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

$$f(x) = x + 1 + \frac{1}{4(x-1)}$$

- عين المقاربات (العمودي – المائل)
- أدرس الوضع النسبي بين $\mathcal{C}_f$ و المقارب المائل .
- أنشئ $\mathcal{C}_f$
- ضع تخمينا حول النقطة $(1, 2)$

التمرين 13 :

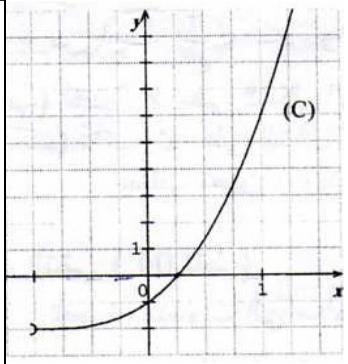
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	3	↘	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	↘	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	↘	3

$$f(x) = \frac{3x^2+4x-3}{x^2-1}$$

- عين المستقيمات المقاربة .
- عين نقط تقاطع $\mathcal{C}_f$ مع المحورين
- أنشئ $\mathcal{C}_f$

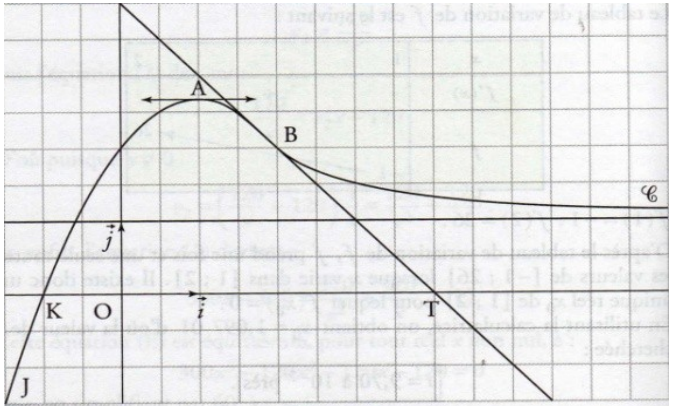
التمرين 14 : ت.ع (BAC2008)

f دالة عددية معرفة بمنحنيها البياني (C)



1) عين مجموعة تعريف للدالة f
2) عين النهايات
3) شكل جدول التغيرات
4) عين $f(0)$ و إشارة $f(\frac{1}{2})$

التمرين 15 :



1) شكل جدول تغيرات f على المجال $[-1; +\infty[$
2) ضع تخمينا حول المستقيم (T)
3) أكتب معادلة له
4) استنتج $f'(2)$

التمرين 16 :

أحسب نهاية f عند a في كل حالة :

$a = 0$ و $f(x) = \frac{x^2-x}{3x^2-x}$ ؛ $a = 2$ و $f(x) = \frac{x^2-5x+6}{x^2-x+2}$

$a = 1$ و $f(x) = \frac{2x^2-5x+3}{x^2-1}$ ؛ $a = 1$ و $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

$a = 4$ و $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ ؛ $a = 1$ و $f(x) = \frac{x^2+x-2}{\sqrt{x+3}-2}$

$a = +\infty$ و $f(x) = \sqrt{x+3} - \sqrt{x}$

التمرين 17 : (BAC2008)

f دالة عددية معرفة على $]-2; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = \frac{x^2+5}{x+2}$$

1) شكل جدول تغيرات الدالة f
2) عين الأعداد c, b, a حيث $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$
3) عين المقارب العمودي و المائل
4) أرسم $\mathcal{C}_f$
5) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدها الأول $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = f(U_n)$
أ) باستخدام $\mathcal{C}_f$ و المستقيم $y = x$ مثل U_2, U_1, U_0
ب) خمن اتجاه تغير و تقارب المتتالية (U_n)

التمرين 18 :

أدرس تقارب المتتاليات المعرفة بحدها العام كما يلي :

1) $U_n = 2n^2 - n + 3$
2) $U_n = \frac{3n+1}{n+1}$
3) $U_n = 2^n - 1$
4) $U_n = (\frac{1}{2})^n + 3$
5) $U_n = (-3)^n + 1$

مدرسة مالك بن نبي التعليمية