ثا نوية الإخوة فروجي – بومدفع -
المدة : 2 سا

# إختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات

الثلاثاء 2018/05/15
قسم: 2 رض

## التمرين الأول ( 08 ن)

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة على □ كما يلي: $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1000$ .

1) ما هي قيمة الحد $u_0$ التي تجعل المتتالية $(u_n)$ ثابتة ؟

2) نفرض أن $(u_n)$ غير ثابتة ، ونعرف المتتالية $(v_n)$ كما يلي : من اجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_n=\frac{1}{2}u_n-\alpha$ . حيث $\alpha$ عدد حقيقي .

عين العدد الحقيقي $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

3) نفرض أن: $u_0=3000$ و $\alpha=1000$ .

أ- بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ وحدها الأول $v_0$ .

بـ- أكتب $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$ .

4) أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ على □ .

5) بين أن $(u_n)$ متقاربة.

6) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n=v_0+v_1+\ldots\ldots\ldots\ldots+v_n$ .

7) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S'_n$ حيث: $S'_n=u_0+u_1+\ldots\ldots\ldots\ldots+u_n$ .

## التمرين الثاني ( 04 ن)

1) بين أنه إذا كانت a , $b$ و $c$ ثلاث حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية هندسية فان: $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$ .

2) أوجد العددين a و $c$ حيث a , 18 و $c$ ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية علما أن مجموعها هو 78 و مجموع مربعاتها 3276 .

## التمرين الثالث ( 08 ن)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .

نعتبر النقط $A(0,2,1)$ ، $B(2,2,2)$ ، $C(-1,0,1)$ و $D(-4,-2,0)$ وليكن $(S)$ سطح الكرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها $r=\sqrt{12}$ .

1) أ – عين العددين الحقيقيين $\alpha$ و $\beta$ بحيث: $\overrightarrow{AB}=\alpha\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AD}$ .

بـ – ماذا تستنتج بالنسبة للنقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ ؟

2) اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة $(S)$ ، ثم تحقق أن النقطة $B$ تنتمي إلى $(S)$.

3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل النقطة $A$ و $\vec{u}(-2;0;-1)$ شعاع توجيه له.

4) عين احداثيات $E$ نقطة تقاطع المستقيم $(\Delta)$ مع المستوي $(P)$ ذي المعادلة $z=-2$ .

5) جد إحداثيات $F$ و $G$ نقط تقاطع سطح الكرة $(S)$ مع المستقيم $(\Delta)$ .

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح
عطلة سعيدة للجميع

قسم 2رض

**تصحيح إختبار الثلاثي الثالث في الرياضيات**

**التمرين الأول ( 08 ن)**

1) $(u_n)$ متتالية ثابتة تكافئ $u_{n+1}-u_n=0$ أي من اجل كل عدد طبيعي $n$ فان $u_{n+1}=u_n=........=u_0$ و عليه بحل المعادلة $u_0=\frac{1}{2}u_0+1000$ نجد $u_0=2000$ . $(0,5)$

2) لدينا: $v_{n+1}=\frac{1}{2}u_{n+1}-\alpha$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n+1000\right)-\alpha$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+500-\alpha$ ......$(1)$ و عليه تكون $(v_n)$ متتالية هندسية إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي $q$ حيث $v_{n+1}=q\times v_n=q\left(\frac{1}{2}u_n-\alpha\right)$ أي $v_{n+1}=\frac{q}{2}u_n-q\alpha$ .....$(2)$ وبمطابقة $(1)$ مع $(2)$ نجد $\alpha=1000$ و $q=\frac{1}{2}$ . $2\times(0,5)$

3) نفرض أن: $u_0=3000$ و $\alpha=1000$ :

أ- لدينا $v_n=\frac{1}{2}u_n-1000$ وعليه $v_{n+1}=\frac{1}{2}u_{n+1}-1000$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n+1000\right)-1000$ أي $v_{n+1}=\frac{1}{4}u_n-500$

ومنه $v_{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n-1000\right)=\frac{1}{2}v_n$ وعليه $(v_n)$ متتالية هندسية $(0,5)$ أساسها $q=\frac{1}{2}$ $(0,5)$ وحدها الأول $v_0=\frac{1}{2}u_0-1000=500$ . $(0,5)$

ب- لدينا $v_n=v_0\times q^n=500\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ولدينا كذلك $v_n=\frac{1}{2}u_n-1000$ $(0,5)$ ومنه $u_n=2v_n+2000$ وعليه $u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+2000$ . $(0,5)$

4) لدينا $u_{n+1}-u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}+2000-1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n-2000$ ومنه $u_{n+1}-u_n=1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\frac{1}{2}-1\right)$ وتكافئ $u_{n+1}-u_n=-500\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ وعليه من اجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}-u_n=<0$ وعليه إذن $(u_n)$ متناقصة تماما على ▯ . $(1)$

5) لدينا $-1\leq\frac{1}{2}\leq1$ ومنه $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$ وعليه $\lim_{x\to+\infty}u_n=\lim_{x\to+\infty}\left[1000\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+2000\right]=2000$ إذن $(u_n)$ متقاربة. $(0,5)$

6) $S_n=v_0+v_1+...........+v_n=1000\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$ . $(1)$

7) $S'_n=u_0+u_1+...........+u_n$ تكافئ $S'_n=(2v_0+2000)+(2v_1+2000)+...........+(2v_n+2000)$

ومنه $S'_n=2(v_0+v_1+....+v_n)+(n+1)\times2000$ وعليه $S'_n=2S_n+(n+1)\times2000$

أي $S'_n=2000\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]+(n+1)\times2000$ ومنه $S'_n=2000\left[n+2-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$ . $(1,5)$

**التمرين الثاني ( 04 ن)**

1) a , $b$ و $c$ ثلاث حدود متتابعة بهذا الترتيب لمتتالية هندسية معناه $b^2=a\times c$ .

لدينا $a^2+c^2+2a\times c=(a+c)^2$ تكافئ $a^2+c^2+2b^2=(a+c)^2$ وبإضافة $(-b^2)$ إلى طرفي المعادلة نجد $a^2+c^2+b^2=(a+c)^2-b^2$

ومنه $a^2+c^2+b^2=(a+c+b)(a+c-b)$ وعليه $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$ . $(1)$

2) a ,18 و $c$ ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية معناه $ac=324$ ولدينا مما سبق $3276=78(a-18+c)$ ومنه $a+c=60$ وعليه حل الجملة

$\begin{cases}a+c=60\\a\times c=324\end{cases}$ $(1)$ يكافئ حل المعادلة $x^2-60x+324=0$ ومنه نجد $(a,c)=(6,54)$ $(1)$ أو $(a,c)=(54,6)$ . $(1)$

**التمرين الثالث ( 08 ن)**

1) أ- لدينا $\overrightarrow{AB}(2,0,1)$ , $\overrightarrow{AC}(-1,-2,0)$ و $\overrightarrow{AD}(-4,-4,-1)$ $3\times(0,5)$ ومنه $\overrightarrow{AB}=\alpha\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AD}$ تكافئ حل الجملة: $\begin{cases}2=-\alpha-4\beta\\0=-2\alpha-4\beta\\1=-\beta\end{cases}$

وعليه نجد $\alpha=2$ $(0,5)$ و $\beta=-1$ $(0,5)$ ومنه $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$ .

ب- بما أن $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$ فإننا نستنتج أن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ من نفس المستوي. $(0,5)$

2) معادلة ديكارتية لسطح الكرة $(S)$ التي مركزها $O$ ونصف قطرها $r=\sqrt{12}$ هي من الشكل: $x^2+y^2+z^2=12$ . $(0,5)$

لدينا $(2)^2+(2)^2+(2)^2=12$ ومنه $B\in(S)$ . $(0,5)$

3) المستقيم $(\Delta)$ هو مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء بحيث: $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$ أي $\begin{cases} x=-2t \\ y=2 \\ z=1-t \end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$ الجملة هي التمثيل الوسيطي لـ $(\Delta)$. (1)

4) إحداثيات $E$ نقطة تقاطع المستقيم $(\Delta)$ مع المستوى $P$ ذي المعادلة $z=-2$ .

معناه حل الجملة $\begin{cases} x=-2t \\ y=2 \\ -2=1-t \end{cases}$ ومنه $t=3$ وعليه $\begin{cases} x=-6 \\ y=2 \\ z=-2 \end{cases}$ ومنه نقطة التقاطع هي $E(-6\,;2\,;-2)$ . (1)

5) بتعويض التمثيل الوسيطي للمستقيم $(\Delta)$ في المعادلة الديكارتية لسطح الكرة $(S)$ نجد $(-2t)^2+(2)^2+(1-t)^2=12$ ومنه بحل المعادلة $5t^2-2t-7=0$ نجد $t=-1$ أو $t=\frac{7}{5}$ وعليه من اجل $t=-1$ نجد $x=2\,,y=2\,,z=2$ و من اجل $t=\frac{7}{5}$ نجد $x=-\frac{14}{5}\,,y=2\,,z=-\frac{2}{5}$.

إحداثيات نقط تقاطع سطح الكرة $(S)$ مع المستقيم $(\Delta)$ هي $F(2\,,2\,,2)$ (1) و $G\left(-\frac{14}{5}\,,2\,,-\frac{2}{5}\right)$. (1)