المستوى: 2 ثانوي **الموسم الدراسي:** 2018/2017

الشعبـــة: علوم تجريبية ورياضيات وتقني رياضي

إعداد الأستاذة قسمية ياسمين

❀ السلسلة رقم ②: كثيرات الحدود و المعادلات و المتراجحات و الجمل ❀

التمرين (01): $P(x)$ كثير حدود حيث: $P(x) = 6x^3 - 17x^2 - 5x + 6$

1/- أثبت أن 3 هو جذر لـ $P(x)$.

2/- أستنتج تحليلا لكثير الحدود $P(x)$.

3/- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$.

4/- أدرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$.

التمرين (02): ليكن كثير الحدود $P(x)$ ذو المتغير الحقيقي x حيث $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1/- أحسب $P(-2)$ و ماذا تستنتج؟

2/- عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$

3/- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

التمرين (03): نعتبر كثير الحدود $P(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8$

1/- احسب $P(1)$ و $P(-1)$ ثم حلل $P(x)$

2/- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

3/- أدرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$.

التمرين (04): لتكن المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m حيث :

$$(E):\ (m-2)x^2+(2m-1)x+m+1=0$$

1/- عين قيم العدد m حتى تقبل المعادلة (E) حلا وحيدا

2/- عين قيم العدد m حتى تقبل المعادلة (E) حلا مضاعف ، احسبه

3/- ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و إشارة حلول المعادلة (E)

التمرين (05): حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلات ذات المجهول x الأتية:

1/- $\frac{x-4}{x-5}=\frac{4x}{x-2}$; **2/-** $\frac{4x-1}{2x+1}-\frac{5x}{2x-1}=1$; **3/-** $\frac{2}{x-5}+\frac{3}{x-3}=\frac{4}{x-4}$

4/- $\sqrt{x^2-x}=2x-4$; **5/-** $\sqrt{x^2+3}-2x+1=0$; **6/-** $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-4}=3$

التمرين (06): حل في $\mathbb{R}$ كلا من المتراجحات ذات المجهول x الأتية:

1/- $\sqrt{2x-3}\succ x-2$

2/- $\sqrt{x-4}\prec x-3$

3/- $\sqrt{x^2-2}\prec x+1$

التمرين (07): عين العددين الحقيقيين a و b في كل حالة من الحالات التالية:

$$\begin{cases}a+b=14\\ a\times b=33\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}a+3b=8\\ a\times b=5\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}a+b=8\\ \frac{1}{a}\times\frac{1}{b}=\frac{8}{15}\end{cases}$$

$$\begin{cases}a^2+b^2=73\\ a\times b=24\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}|a|+|b|=8\\ |a\times b|=12\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=8\\ \frac{2}{a}-\frac{3}{b}=5\end{cases}$$

التمرين (08): حقل مستطيل الشكل مساحته $35m^2$ و محيطه $24m$.

*/- أحسب طول و عرض هذا المستطيل؟

إعداد الأستاذة
قسمية ياسمين

التمرين (09): ليكن m كثير حدود لمتغير حقيقي x و m وسيط حقيقي حيث :

$$f_m(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 - m - 2$$

1/- عين قيم m حيث يكون 2 حل للمعادلة $f_m(x) = 0$ ، ثم عين الحل الاخر.

2/- عين قيم m حيث تقبل المعادلة $f_m(x)$ متمايزين سالبين معا.

التمرين (10): نعتبر في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة (E_m) ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m التالية:

$$(E_m): (m-1)x^2 - 2mx + (m+1) = 0$$

1/- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E_1)

2/- **أ)** ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة (E_m).

3/- عين قيم الوسيط m بحيث يكون $x_1 = -x_2 + 1$ حيث x_1 و x_2 حلي المعادلة (E_m).

التمرين (11): نعتبر في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة (E_m) ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m التالية:

$$(E_m): (m+1)x^2 - (2m+3)x + m - 1 = 0$$

1/- عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون 0 حلا للمعادلة (E_m).

2/- عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون (E_m) معادلة من الدرجة الثانية .

3/- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة (E_m).

4/- إستنتج دون حساب إشارة حلول المعادلة : $2018x^2 - 1439x + 2017 = 0$

التمرين (12): نعتبر كثير الحدود f المعرف على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي:

$$f(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$$

1/- بين أن العدد $\frac{3}{2}$ جذر لكثير الحدود f.

2/- عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = (2x-3)(ax^2+bx+c)$

3/- حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

4/- أدرس إشارة $f(x)$ ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة $f(x) < 0$.

5/- نضع : $Q(x) = \frac{f(x)}{x+2}$

أ) عين مجموعة تعريف $Q(x)$.

ب) استنتج حلول المتراجحة $Q(x) \geq 0$.

6/- حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2x - 13 < -\frac{27}{x} + \frac{18}{x^2}$.

التمرين (13): نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ كثير الحدود P المعرف بما يلي : $P(x) = 2x^3 + 9x^2 + 7x + k$

حيث k عدد حقيقي .

1/- عين قيمة العدد الحقيقي k بحيث يكون -2 جذر لكثير الحدود P .

2/- نضع : $k = -6$

أ) حلل P .

ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

جـ) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x) \succ 0$.

د) عين حلول المعادلة : $\frac{P(x)}{x+2} = 0$.

التمرين (14): نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x و الوسيط الحقيقي m :

$$(m^2 - 4)x^2 - 2mx + m^2 - 2m + 1 = 0$$

1/- عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون المعادلة (E) من الدرجة الثانية .

2/- عين قيمة m حتى يكون 0 حلا للمعادلة (E) ثم استنتج الحل الأخر لها.

التمرين (15): ليكن $P_m(x)$ كثير الحدود للمتغير الحقيقي x :

$$(m-2)x^2 + (7m+5)x - 8m = 0 \ldots (E)$$

1/- عين قيم m حتى تكون المعادلة (E) من الدرجة الثانية .

2/- عين قيم m حتى تقبل المعادلة (E) حلين مختلفين في الإشارة .

إعداد الأستاذة
قسمية ياسمين

3/- عين قيم m حتى يكون العدد (-1) حل للمعادلة (E) ، ثم استنتج الحل الأخر .

4/- نضع $m=-1$: أ/- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E) .

التمرين (16): $P(x)$ حيث: $P(x)=4x^3-4x^2-15x+18$

1/- أ) أثبت أن -2 هو جذر لـ $P(x)$. ثم حلل $P(x)$ إلى جداء كثيرات الحدود من الدرجة الأولى

2/- عين كل جذور $P(x)$

3/- حل في $\mathbb{R}$ كل من المعادلة و المتراجحة التاليتين : $P(x)=18$ ، $P(x)\leq 0$.

4/- m وسيط حقيقي. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول x التالية: $(E)\ ...\ (m-1)x^2-2(m+2)x+m+1$

أ) عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين .

ب) عين قيم العدد الحقيقي m حتى يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $(m-1)x^2-2(m+2)x+m+1<0$

التمرين (17): P كثير الحدود المعرف على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ: $P(x)=4x^3-13x-6$

1/- أحسب $P\left(\frac{-1}{2}\right)$ ، ماذا تستنتج ؟

2/- عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c حيث : $P(x)=(2x+1)\times(ax^2+bx+c)$

3/- حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

4/- ادرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x)>0$.

5/- نضع $H(x)=P(x)+6(2x+1)$

أ. عين تحليل للعبارة $H(x)$.

ب. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $H(x)=0$ ، ثم استنتج حلول المعادلة $H(|x|)=0$.

التمرين (18): 1/- لتكن $f(x)=0$ معادلة من الدرجة الثانية حيث معامل x^2 هو 1.

*/- عين عبارة $f(x)$ علما أن: $x_1=1$ و $x_2=4$ حلين للمعادلة : $f(x)=0$.

2/- ليكن $P(x)$ كثير حدود و a عدد حقيقي حيث : $P(x)=x^3+(-6-a)x^2+(13+3a)x+(a-14)$

- عين العدد a حتى يكون 3 جذرا لــ $P(x)$.
- بوضع $a=2$

أ) أكتب عبارة $P(x)$.

ب) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}$: $P(x)=(x-3)(ax^2+bx+c)$

ج) استنتج تحليلا لكثير الحدود $P(x)$.

د) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $P(x)\geq 0$.

إعداد الأستاذة : قسمية ياسمين

3/- نعتبر كثير الحدود $g(x)$ حيث : $g(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$

أ) عين S_1 مجموعة حلول المعادلة : $g(x) = 0$.

ب) استنتج تحليلا لكثير الحدود $g(x)$.

ج) عين S_2 مجموعة حلول المتراجحة : $g(x) \geq 0$.

التمرين (19): نعتبر المعادلة (E) : $-\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2}x + \sqrt{6} = 0$

1/- دون حساب المميز Δ بين أن المعادلة (E) تقبل حلين متمايزين .

2/- دون حساب الحلين x_1 ; x_2 أحسب كل من :

$$B = \frac{1}{{x_1}^2} + \frac{1}{{x_2}^2} \quad ; \quad A = (2x_1 + 1)(2x_2 + 1) \quad ; \quad P = x_1 \times x_2 \quad ; \quad s = x_1 + x_2$$

التمرين (20):

1/- أحسب $\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2$ و $\left(\sqrt{3} - 1\right)^2$.

2/- حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين: $x^2 - \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)x = -\sqrt{6}$ و $4x^2 - 2\left(1 + \sqrt{3}\right)x + \sqrt{3} = 0$.

3/- إستنتج حلول المعادلات التالية:

- $x - \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)\sqrt{x} + \sqrt{6}$.
- إستنتج حلول الجملة ذات المجهولين الحقيقيين α و β : $\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ \alpha\beta = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$ حيث: $(\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2$.

التمرين (21): ليكن كثير الحدود $P(x)$ ذات المجهول الحقيقي x حيث:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0 \dots (E)$$

1/- أحسب $P(0)$ ، ماذا تستنتج؟

2/- برهن أن المعادلة (E) مكافئة للمعادلة (E') حيث: $\left(x + \frac{1}{x}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0 \dots (E')$

3/- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $u^2 + 2u = 3 \dots (E'')$.

4/- إستنتج حلول المعادلة (E') .