ملخص الجداء السلمي

1

الجداء السلمي

الجداء السلمي لشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو العدد الحقيقي الذي نرمز له بالرمز $\vec{u}.\vec{v}$ والمعرف كمايلي:

⋆ إذا كان $\vec{u}=\vec{0}$ أو $\vec{v}=\vec{0}$ فإن: $\vec{u}.\vec{v}=0$.

⋆ إذا كان $\vec{u}\neq\vec{0}$ أو $\vec{v}\neq\vec{0}$ فإن:

$$\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|.\cos(\vec{u};\vec{v})$$

⋆ $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2)$

و $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2)$

(من المتطابقات الشهيرة).

2

العبارة التحليلية للجداء السلمي:

إذا كان $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$ فإن العبارة التحليلية للجداء السلمي هي:

$$\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'$$

3

كل مستقيم من المستوي له معادلة من الشكل $ax+by+c=0$ حيث $\vec{\eta}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ هو شعاعه الناظمي،و $\vec{u}=\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ هو شعاع توجيهه.

4

شرط تعامد مستقيمين

(D),(Δ) مستقيمين حيث $\overrightarrow{\eta_\Delta}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{\eta_D}=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ هما على الترتيب الشعاعين الناظمين لهما.

القول أن $(\Delta)\perp(D)$ $\begin{cases}(\Delta):ax+by+c=0\\(D):\alpha x+\beta y+\gamma=0\end{cases}$

يكافئ: $\overrightarrow{\eta_\Delta}.\overrightarrow{\eta_D}=0$ أو شعاعي توجيههما متعامدان.

5

المسافة بين نقطة ومستقيم:

المسافة بين النقطة $A(x_0,y_0)$ والمستقيم (Δ) الذي معادلته $ax+by+c=0$ هي:

$$d(A,(\Delta))=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

6

معادلة دائرة علم مركزها و نصف قطرها:

في معلم متعامد ومتجانس معادلة الدائرة $(\mathcal{C})$ التي مركزها $\Omega(x_0,y_0)$ ونصف قطرها $r,r>0$ هي:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

7

معادلة دائرة علم قطرها

الدائرة التي قطرها $[AB]$ هي مجموعة النقط M حيث:

$$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$$

8

نتيجة

الدائرة $(\mathcal{C})$ التي مركزها $\Omega(x_0,y_0)$ ونصف قطرها $r,r>0$ معادلتها هي: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$

هذه المعادلة تكافئ:

$$x^2+y^2-2xx_0-2yy_0+x_0^2+y_0^2-r^2=0$$

بوضع: $a=-2x_0;b=-2y_0;c=x_0^2+y_0^2-r^2$

تصبح المعادلة تكافئ: $x^2+y^2+ax+by+c=0$.

9

الوضع النسبي بين دائرة ومستقيم:

$\surd$ $d(\Omega,(\Delta))>r$: الدائرة والمستقيم منفصلا تماما.

$\surd$ $d(\Omega,(\Delta))<r$:المستقيم يقطع الدائرة في نقطتين.

$\surd$ $d(\Omega,(\Delta))=r$:المستقيم مماس للدائرة (يقطع في نقطة واحدة).

10

العلاقات المترية في المثلث:

مبرهنة المتوسط: A و B نقطتان و I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$. من أجل كل نقطة M لدينا:

$$MA^2+MB^2=2MI^2+\frac{1}{2}AB^2$$

مبرهنة الكاشي: ABC مثلث،

حيث $AB=c,AC=b,BC=a$. لدينا العلاقات التالية:

$$\begin{cases}a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\\b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\\c^2=b^2+a^2-2ab\cos C\end{cases}$$

مساحة المثلث:

$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$

قانون الجيوب: $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

11

- $\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a=2\cos^2-1=1-2\sin^2 a$
- $\sin 2a=2\sin a\cos a$
- $\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2};\cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2}$

(هذه العلاقات استنتجت من دساتير الجمع)

سنة 2 شعبة علوم تجريبية