الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية التربية الوطنية	مديرية التربية لولاية الشلف	ثانوية محمد مهدي-حي السعادة
اختبار الفصل الأول		السنة الدراسية:2019/2018

المستوى: الثانية ثانوي	الشعبة: العلوم التجريبية	المادة: رياضيات	المدة: ساعتان

التمرين الاول:(06نقاط)

نعتبر الدالة كثير حدود P معرفة كمايلي: $P(x)=x^4-x^2-2x-1$ حيث x عدد حقيقي.

1-/حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-x-1=0$.(يعطى الحلين مضبوطين إن وجدا)

2-/بوضع: $\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ ، أ-/ أثبت أن: $x^2-x-1=(x-\alpha)[x-(1-\alpha)]$.

ب-/تحقق أن : $\alpha^2=\alpha+1$ و أن : $\alpha^4=\alpha^2+2\alpha+1$ ثم أستنتج أن α هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

3-/ أثبت أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $P(x)=(x^2-x-1)(x^2+x+1)$.

4-/استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة $P(x)=0$.

5-/أدرس إشارة $P(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة: $P(x)<0$.

التمرين الثاني:(06نقاط)

تتمثل لعبة في رمي حجري نرد غير مزيفين اوجه كل منهما مرقمة كمايلي:6;5;4;3;2;1 . يراهن اللاعب بــ:50دينار اعلى الرقم 6 فإذا ظهر على وجهي الحجرين الرقم 6 يتحصل اللاعب على 150 دينار ، و إذا ظهر الرقم 6 على وجهي احد الحجرين يتحصل على 100 دينار ا. و في الحالات الاخرى لا يتحصل على شيء. الربح أو الخسارة المتحصل عليهما منقوص من الرهان تعرف متغير عشوائي X

1-/ماهو عدد الحالات الممكنة ؟. (يمكن استعمال جدول الامكانيات).

2-/ماهي قيم المتغير العشوائي X ؟.

3-/أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

4-/أحسب كل من الامل الرياضياتي $E(X)$ و التباين $Var(X)$ ثم الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث:(08نقاط)

الجزء الاول: نعتبر الدالة f معرفة على المجال $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بمايلي: $f(x)=\dfrac{-x^2+x}{x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

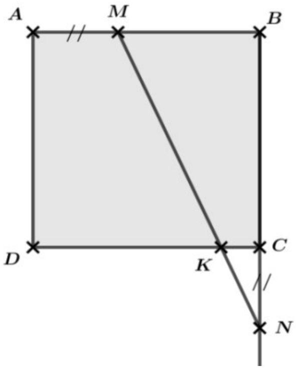
1-/ أ-/اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن (-1) ، $f'(x)=\dfrac{-x^2-2x+1}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب-/شكل جدول تغيرات الدالة f .

2-/ اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة $x_A=1$.

3-/ عين أحسن تقريب تالفي للدالة f بجوار العدد 1. ثم احسب $f(1{,}002)$ و $f(0.998)$.

4-/ بين أن : $f(-2-x)+f(x)=6$ ثم فسرها بيانيا .



الجزء الثاني: $ABCD$ مربع طول ضلعه 1 و لتكن M نقطة من $[AB]$. (كما هو موضح في الشكل).

المستقيم الذي يشمل M يقطع $[DC]$ و (BC) في النقطتين K و N على الترتيب. بحيث $AM=CN$

1-/ بوضع $AM=x$ بحيث $0\le x\le 1$. أثبت أن: $KC=\dfrac{x-x^2}{1+x}$.

2-/استنتج قيمة x بحيث تكون المسافة KC اكبر مايمكن .

	غذ قلبك بالآيات و غذ عقلك بالرياضيات	بالتوفيق

التصحيح

التمرين الاول:(06نقاط)

نعتبر الدالة كثير حدود P معرفة كمايلي: $P(x)=x^4-x^2-2x-1$ حيث x عدد حقيقي.

1-/حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-x-1=0$.(يعطى الحلين مضبوطين إن وجدا)

لدينا $\Delta=1^2-4(-1)=5$ .... 0,5 اذن الحلين هما $x_1=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $x_2=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ .... 0,5+0,5

2-/بوضع: $\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$،

أ-/ أثبات أن : $x^2-x-1=(x-\alpha)[x-(1-\alpha)]$.

بما أن $\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ فان $1-\alpha=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ و بالتالي: $x^2-x-1=(x-x_1)(x-x_2)$ 0,5

ب-/تحقيق أن : $\alpha^2=\alpha+1$

بما أن $\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ فان $\alpha^2=\dfrac{1}{4}\left(1+\sqrt{5}\right)^2=\dfrac{1}{4}\left(6+2\sqrt{5}\right)=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $\alpha+1=1+\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ أي $\alpha^2=\alpha+1$ .. 0.5

و أن : $\alpha^4=\alpha^2+2\alpha+1$ ثم أستنتج أن α هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

بما ان $\alpha^2=\alpha+1$ فان $\alpha^4=(\alpha+1)^2=\alpha^2+2\alpha+1$ .... 0,5 معناه $\alpha^4-\alpha^2-2\alpha-1=0$ أي $P(\alpha)=0$ 0,5

وبالتالي α جذر لكثير حدود $P(x)$ 0,5

3-/ أثبات أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $P(x)=(x^2-x-1)(x^2+x+1)$.

لدينا $P(x)=(x^2-x-1)(x^2+x+1)$ ومنه $P(x)=x^4-(x+1)^2=x^4-x^2-2x-1$ 0,5

4-/استنتاج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة $P(x)=0$.

$P(x)=0$ تكافئ $x^2-x-1=0$ أو $x^2+x+1=0$

بما ان حلول المعادلة $x^2-x-1=0$ هما $x_1=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $x_2=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ و مميز المعادلة $x^2+x+1=0$ سالب فان الحلين هما x_1 و x_2 .. 0,5

5-/دراسة إشارة $P(x)$ ثم استنتاج حلول المتراجحة: $P(x)<0$.

اشارة $P(x)$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
x^2-x-1		+	0	−	0	+	
x^2+x+1		+		+		+	
$P(x)$		+	0	−	0	+	

$P(x)=0$ معناه $(x=x_1)$ او $(x=x_2)$ و $P(x)>0$ معناه $x\in]-\infty;x_2[\cup]x_1;+\infty[$ و $P(x)<0$ معناه $x\in]x_2;x_1[$ .... 0,5 .

إذن حلول المتراجحة $P(x)<0$ هي $S=]x_2;x_1[$ 0,5

التمرين الثاني:(06نقاط)

1ـ/ عدد الحالات الممكنة هو $6\times 6=36$ .... $0,5$ + $0,5$

	1	2	3	4	5	
1	(1،1)	(1،2)	(1،3)	(1،4)	(1،5)	(6،1)
2	(2،1)	(2،2)	(2،3)	(2،4)	(2،5)	(6،2)
3	(3،1)	(3،2)	(3،3)	(3،4)	(3،5)	(6،3)
4	(4،1)	(4،2)	(4،3)	(4،4)	(4،5)	(6،4)
5	(5،1)	(5،2)	(5،3)	(5،4)	(5،5)	(6،5)
6	(1،6)	(2،6)	(3،6)	(4،6)	(5،6)	(6،6)

2-/ قيم المتغير العشوائي X ؟.

هي $0,5$ ..... $X=150-50=100$ و $0,5$ .... $X=100-50=50$ و $0,5$ ... $X=0-50=-50$ اي $X\in\{-50;50;100\}$ .. $0,5$

3-/ قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .... $0,5+0,5+0,5$

$(X=x_i)$	-50	50	100
$P(X=x_i)$	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{1}{36}$

4-/حساب كل من الامل الرياضياتي $E(X)$ و التباين $Var(X)$ ثم الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X .

لدينا $E(X)=\sum_{i=1}^{3}(X=x_i).[P(X=x_i)]=-50\left(\frac{25}{36}\right)+50\left(\frac{10}{36}\right)+100\left(\frac{1}{36}\right)$ ومنه $E(X)=\frac{650}{36}=18,05$ .... $0,5$

و لدينا $Var(X)=\sum_{i=1}^{3}\left[(X=x_i)^2.(P(X=x_i)-[E(x_i)]^2\right]$ ومنه $Var(X)=(-50)^2\left(\frac{25}{36}\right)+(50)^2\left(\frac{10}{36}\right)+(100)^2\left(\frac{1}{36}\right)-(-18.05)^2$

ومنه $Var(X)=\frac{75000}{36}-325,80=1757,53$ .... $0,5$

و لدينا $\sigma(X)=\sqrt{Var(X)}$ ومنه $\sigma(X)=\sqrt{1757,53}=41,92$ .... $0,5$

التمرين الثالث:(08نقاط)

الجزء الاول: نعتبر الدالة f معرفة على المجال $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بمايلي: $f(x)=\frac{-x^2+x}{x+1}$

1-/ أ-/اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن (-1) ، $f'(x)=\frac{-x^2-2x+1}{(x+1)^2}$ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة f .

الدالة f قابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;-1[$ و $]-1;+\infty[$

و لدينا $f'(x)=\frac{(-2x+1)(x+1)-(1)(-x^2+x)}{(x+1)^2}$ أي $f'(x)=\frac{-x^2-2x+1}{(x+1)^2}$ .... $0,5$

إشارة $f'(x)$ هي من إشارة $-x^2-2x+1$

$f'(x)=0$ تكافئ $-x^2-2x+1=0$ ولدينا $\Delta=8=\left(2\sqrt{2}\right)^2$

$f'(x)=0$ يكافئ $(x=-1-\sqrt{2})$ أو $(x=-1+\sqrt{2})$ .... $0,5$

الدالة f متناقصة تماما على كل من المجالين $]-1+\sqrt{2};+\infty[$ و $]-\infty;-1-\sqrt{2}[$

الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-1;-1+\sqrt{2}[$ و $]-1-\sqrt{2};-1[$ 0,5

الدالة f تقبل قيمتين حديتين محليتين هما $f(-1+\sqrt{2})$ و $f(-1-\sqrt{2})$

2-/ جدول تغيرات الدالة f 0,5

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		-1		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(1-\sqrt{2})$	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	$f(1+\sqrt{2})$	$\searrow$	

2-/كتابة معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة $x_A=1$.

لدينا $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ و $f'(1)=-\dfrac{1}{2}$ و $f(1)=0$ ...... 0,5 ومنه $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$ 0,5

3-/ تعيين أحسن تقريب تالفي للدالة f بجوار العدد 1. ثم حساب $f(1,002)$ و $f(0.998)$.

بما ان أحسن تقريب تألفي لدالة بجوار x_0 هو المماس فإن $+f(x_0)$ $f(x_0+h)\simeq$ أي $f(x_0+h)\simeq$ 0,5

لدينا : $f(1,002)=f(1+0,002)\simeq$ $\simeq$ .... 0,5 و $f(0,998)=f(1-0,002)\simeq$ $\simeq$ 0,5

4-/ تبيان أن : $f(-2-x)+f(x)=6$ ثم فسرها بيانيا .

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-1[$ فان $(2(-1)-x)\in]-\infty;-1[$ (محقق)

و لدينا $f(-2-x)+f(x)=\dfrac{-(2+x)^2-2-x}{1-2-x}+\dfrac{-x^2+x}{1+x}=\dfrac{6x+6}{x+1}=6$ أي $f(2(-1)-x)+f(x)=2(3)$ 0,5

وبالتالي النقطة $B(-1;3)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) 0,5

الجزء الثاني: 1-/ بوضع $AM=x$ بحيث $0\le x\le 1$. أثبات أن: $KC=\dfrac{x-x^2}{1+x}$.

بتطبيق مبرهنة طاليس في المثلثين NCK و NBM لدينا . $\dfrac{NC}{NB}=\dfrac{NK}{NM}=\dfrac{CK}{BM}$ 0,5

و منه $\dfrac{KC}{1-x}=\dfrac{x}{x+1}$ .... 0,5 أي $KC=\dfrac{x(1-x)}{1+x}=\dfrac{x-x^2}{1+x}$ 0,5

2-/استنتج قيمة x بحيث تكون المسافة KC اكبر مايمكن .

بما ان الدالة f متزايدة على المجال $]0;-1+\sqrt{2}[$ و متناقصة تماما على المجال $]-1+\sqrt{2};1[$ و $\left(-1+\sqrt{2}\right)\in[0;1]$ 0,5

فان المسافة تكون اكبر مايمكن من أجل $x=-1+\sqrt{2}$ 0,5