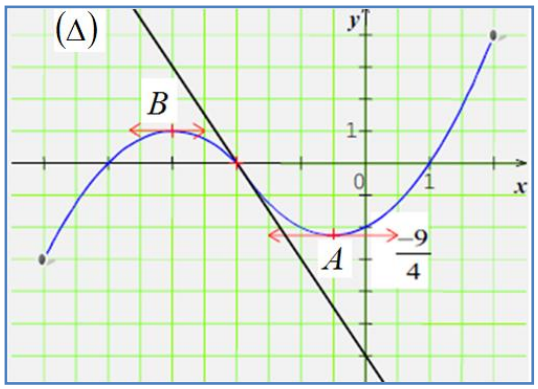
سلسلة تمارين الاشتقاقية (2) -الثانية ثانوي شعب الرياضيات و التقني رياضي و علوم تجريبية :

f الدالة المعرفة على D و (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

التمرين 01 :

f الدالة المعرفة على المجال $[-5;2]$ بمنحناها البياني (C_f) و المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -2 و النقطتين $A\left(-\frac{1}{2};-\frac{9}{4}\right)$ و $B(-3;1)$.



1. أحسب $f(1)$ و $f(-2)$ و $f(-3)$ و $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ و $f'(-2)$ و $f'(-3)$.
2. شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. عين القيم الحدية للدالة f .
4. عين حصراً لـ $f(x)$ على المجال $[-5;2]$.

التمرين 02 :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R بـ $g(x)=x^3-3x^2+ax+b$ حيث a ; b عددان حقيقيان .
عين العددين a ; b حتى يكون (C_f) مار بالنقطتين $A(0;2)$; $B(1;3)$.

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ $f(x)=x^3-3x^2+3x+2$.

1. عين عبارة f' الدالة المشتقة الأولى للدالة f .
2. أدرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-1;3]$.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-1;3]$.
4. عين حصر الدالة f على المجال $[-1;3]$.
5. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
6. حل في R المعادلة $f'(x)=3$.
7. هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) معامل توجيهها يساوي 3 ؟ أكتب معادلة ديكارتية لكل منها إن وجدت .

التمرين 03

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\left[-3;\frac{3}{2}\right]$ بـ $f(x)=-x^3-3x^2+4$.

1. أحسب الدالة المشتقة للدالة f ثم ادرس إشارتها .
2. أستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
3. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .
4. هل توجد مماسات لـ (C_f) معامل توجيهها هو 4 .
5. أستنتج مقارنة بين العددين $f(1{,}009)$ و $f(1{,}008)$ مع التبرير .
6. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=-(x+2)^2(x-1)$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .
7. أرسم المنحنى (C_f) و المماس (T) .
8. لتكن g الدالة المعرفة على $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$ بـ $g(x)=f(|x|)$ أشرح كيفية إنشاء (C_g) بالاعتماد على المنحنى (C_f)

التمرين 04 :

I - ليكن P كثير حدود معرف على R بـ $P(x)=x^3+3x+4$.

1. أحسب $P(-1)$ ماذا تستنتج ؟
2. أعط تحليلا لكثير الحدود P .
3. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x أكبر من -1 فإن $P(x)>0$ و من أجل كل عدد حقيقي x أصغر من -1 فإن $P(x)<0$.

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ $f(x)=\frac{x^3-2}{x^2+1}$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-2;2]$: $f'(x)=\frac{x\times P(x)}{(x^2+1)}$.
2. أستنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $[-2;2]$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على هذا المجال .
3. أكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة

التمرين 05 :

I - لتكن الدالة f المعرفة على $R-\{-1\}$ بـ $f(x)=x+\alpha+\frac{\beta}{x+1}$.

عين العددين α و β بحيث يقبل المنحنى (C_f) في النقطة $A(0;3)$ مماساً معامل توجيهه يساوي -3 .

II - نعتبر الدالة g المعرفة على $R-\{-1\}$ بـ $g(x)=\dfrac{2x}{x+1}$

1. أحسب $g(0)$.
2. أحسب $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g على $[-4;-1[\cup]-1;2]$.
3. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
4. أدرس وضعية المنحنى (C_g) بالنسبة للمستقيم (T).
5. نعتبر الدالة h المعرفة على R بـ $h(x)=\dfrac{2|x|}{|x|+1}$.
6. أدرس شفعية الدالة h .
7. أشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_g) .

التمرين 06 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $R-\{3\}$ بـ $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-3}$

حيث a ; b عددان حقيقيان .

1. عين العددين a ; b حيث تكون النقطة $H(2;-4)$ ذروة للمنحنى (C_f) .
2. نضع $a=-8$; $b=16$:

أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R-\{3\}$: $f(x)=x-5+\dfrac{1}{x-3}$.

ب. بين أن النقطة $A(3;-2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

ج. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]1\ ;\ 3[$ و $]3\ ;\ 5]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

د. أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

هـ. هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم ذو المعادلة $y=x+2$ ؟

3. نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ $g(x)=\dfrac{-x^2-8x-16}{x+3}$.

أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $R-\{-3\}$ $g(x)=f(-x)$.

ب. أستنتج كيفية إنشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C_f) .

التمرين 07 :

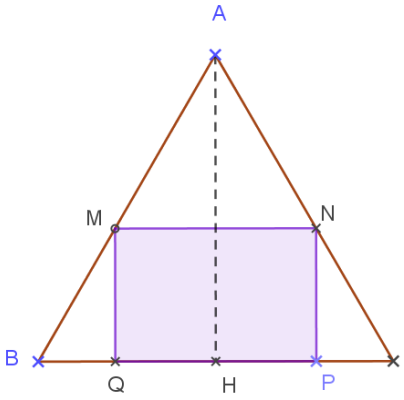
ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه $4cm$ و $MNPQ$ مستطيل داخل المثلث ABC نضع $BQ=x$ و

الدالة f ترفق بكل عنصر x مساحة المستطيل $MNPQ$

1. أ- عين مجموعة تعريف الدالة f

ب- أثبت أن $MQ=x\sqrt{3}$

ج- عين عبارة $f(x)$ مساحة المستطيل بدلالة x .



2. أ- ادرس اتجاه f تغير ثم شكل جدول تغيراتها

ب-استنتج وضعية النقطة Q من أجل أن يكون مساحة المستطيل $MNPQ$ أكبر ما يمكن .

3. أ- اثبت أن المستقيم $(\Delta): x=1$ محور تناظر للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و المتجانس.

ب-أنشئ (C_f)

ج- أشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) الممثل للدالة $g(x)=f(x-2)+1$ انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.

التمرين 08 :

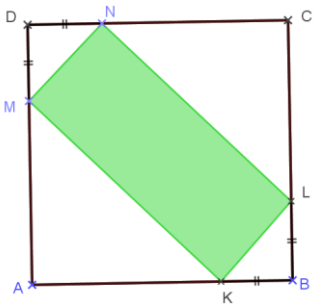
1. g المعرفة على على كما يلي $g(x)=5x-x^2$

عين عبارة g' ثم شكل جدول إشارتها .

2. $ABCD$ مربع طول ضلعه $5cm$

نرسم المستطيل $KLMN$ حيث $BK=BL=DM=DN=x$

نسمي $S(x)$ مساحة المستطيل $KLMN$



أ - أعط مجال تغير x .

ب - أحسب بدلالة x طول الضلعين $[MN]$ و $[ML]$

ج - جد عبارة $S(x)$ ثم تحقق أن $S(x)=2g(x)$

د - أعط جدول تغيرات الدالة S عين حينئذ قيمة x حتى تكون مساحة المستطيل $KLMN$ أكبر ما يمكن .