سلسلة الدوال العددية للثانية علوم

السنة الدراسية:2020/2019 إعداد: صلاح الدين خ

التمرين 01:

لتكن الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x)=x^3$ و $g(x)=x^2$

1) أثبت أنه من أجل كل عددين حقيقيين a و b فإن: $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ و $a^2+ab+b^2=\left(a+\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3}{4}b^2$

2) استنتج أن للعددين a^3-b^3 و $a-b$ نفس الإشارة

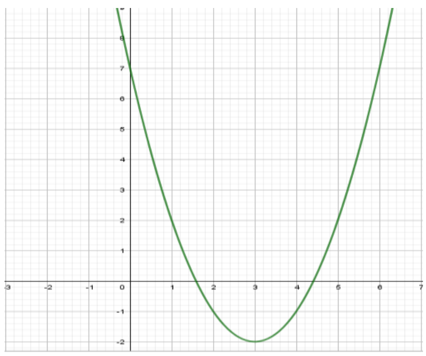
3) أدرس تغيرات الدالة f .

4) أدرس إشارة كل من $f(x)$ و $g(x)$

5) على المجال $]0,+\infty[$ استنتج اتجاه تغير الدوال h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$h_1(x)=x^2(x+1)$, $h_2(x)=x^5$, $h_3(x)=x^6$, $h_4(x)=(x+3)^2+2$, $h_5(x)=2(2-x)^3$

التمرين 02:



لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x)=(x-3)^2-2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$

1) بين كيف يمكن رسم المنحنى (C_f) انطلاقا من منحنى الدالة المربع

2) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان: $f(x)=x^2-6x+7$

3) لتكن الدوال f_1, f_2, f_3 المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث:

$f_1(x)=\left|x^2-6x+7\right|$, $f_2(x)=x^2-6|x|+7$, $f_3(x)=x^2+6x+7$

أنشئ في مستوي منسوب إلى المعلم السابق منحنيات الدوال f_1, f_2, f_3

التمرين 03:

لتكن الدالتين g و f المعرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-4x+3$, $g(x)=|x|$

(C_f) تمثيلها البياني المرسوم في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$

1) بين أنه من أجل كل من $\mathbb{R}$ فان: $f(x)=(x-2)^2-1$

2) فكك الدالة f إلى مركب ثلاث دوال مرجعية.

3) عين عبارتي الدالتين h و w حيث: $h(x)=f\circ g(x)$ و $w(x)=g\circ f(x)$

4) اعتمادا على التمثيل البياني للدالة المربع أنشئ (C_f)

5) بين كيف يمكن رسم كل من منحنى الدالتين h و w وأنشئهم .

التمرين 04:

لتكن الدالتين f المعرفة على المجال $[-3,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\sqrt{x+3}$

1) عين عبارة الدالة g حيث $g(x)=f(x)-2$

2) بين أنه من أجل كل x من $[-3,+\infty[$ فإن: $g(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}+2}$

3) h عدد حقيقي قريب من الصفر احسب $g(h+1)$

4) استنتج $f'(1)$ العدد المشتق للدالة f عند 1.

5) عين تقريب تالفي للعدد $f(h+1)$

6) استنتج قيم تقريبية للعددين $\sqrt{0.994}$, $\sqrt{1.004}$

التمرين 05:

لتكن الدالتين g و f المعرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-3x$, $g(x)=2x+3$

1) أحسب الدالة المشتقة لكل من الدالتين g و f

2) أحسب $g'(1)$ و $f'(1)$ ثم استنتج كل من: $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(1)$, $(f\times g)'(1)$, $\left(\dfrac{1}{g}\right)'(1)$

3) أكتب معادلة المماس لمنحنى الدالة f في النقطة ذات الفاصلة 1

التمرين06:

لتكن الدوال f و g , t المعرفة على D_t , $\mathbb{R}$, $D_f=]-\infty,4]$ على الترتيب حيث :

$$t(x)=\frac{-(x+5)}{\sqrt{4-x}+3} \qquad f(x)=\sqrt{4-x} \qquad g(x)=x^2$$

1) عين عبارة كل من الدالتين k و w حيث: $k(x)=f(x+4)$ و $w=f-3$.

أ) بين أن الدالتين w و t متساويتين؟

ب) هل $g\circ k=k\circ g$ ؟

2) فكك الدالة f إلى مركب دالتين مرجعيتين و باستعمال مبرهنة اتجاه مركب دالتين استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty,4]$

3) لتكن الدوال f_1 , f_2 حيث $f_1(x)=\sqrt{4-|x|}$ و $f_2(x)=-\sqrt{4-x}$

(C) التمثيل البياني للدالة الجذر التربيعي الممثل في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$.

أ) اشرح كيف يمكن رسم (C_f) منحنى الدالة f انطلاقا من المنحنى (C) ثم أنشئه .

ب) أنشئ كل من منحنى الدالتين f_1 , f_2 موضحا الطريقة .

التمرين 07:

لتكن الدوال k , g و f المعرفة على $\mathbb{R}^+$ على الترتيب كما يلي: $k(x)=x^2\sqrt{x}$, $f(x)=x^2$, $g(x)=\sqrt{x}$

h عدد حقيقي حيث أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^+$ فان $(x+h)\in\mathbb{R}^+$

1) عين تقريب تالفي لكل من: $f(4+h)$ و $g(4+h)$

2) استنتج تقريب تالفي للعدد $k(4+h)$.

3) احسب قيمة تقريبية للعدد $(3.99)^2\sqrt{3.99}$

التمرين 08:

لتكن الدوال f ، g و h كما يلي : $g(x)=\frac{1}{x}$, $f(x)=x^2+2x$, $h(x)=\sqrt{x+1}$

1) بعد تعيين مجموعة تعريف كل من الدوال $f+g$, $k=f-1$, $f\times g$, $f\circ g$ و $g\circ k$ أعط عبارة كل منها

2) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x+1)^2-1$

3) باستعمال مبرهنة اتجاه مركب دالتين استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-1,+\infty[$

4) فكك الدالة h إلى مركب دالتين مرجعيتين

5) باستعمال عملية الجمع على الدوال استنتج اتجاه تغير الدالة $f+h$ على المجال $[-1,+\infty[$

6) ادرس إشارة الدالتين f و h على المجال $[-1,+\infty[$

7) باستعمال عملية الضرب على الدوال استنتج اتجاه تغير الدالة $f\times h$ على المجال $[0,+\infty[$

التمرين 10:

لدينا الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كما لي : $f(x)=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني المرسوم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$ ولتكن الدوال f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 , f_6 و f_7 حيث :

$$f_1(x)=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}+1 \quad , \quad f_2(x)=\frac{(x-2)^2-4(x-2)+3}{(x-4)^2} \quad , \quad f_3(x)=\frac{(x-3)^2-4(x-3)+3}{(x-5)^2}-2$$

$$f_4(x)=\frac{-x^2+4x-3}{(x-2)^2} \quad , \quad f_5(x)=\frac{|x^2-4x+3|}{(x-2)^2} \quad , \quad f_6(x)=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2} \quad , \quad f_7(x)=\frac{x^2-4|x|+3}{(|x|-2)^2}$$

1) اكتب كل من الدوال f_1, f_2 , f_3 , f_4 , f_5 , f_6 و f_7 على شكل مركب دالتين إحداهما الدالة f

2) إشرح كيف يمكن رسم كل من منحنيات الدوال f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 , f_6 و f_7

3) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$ فان $f(4-x)-f(x)=0$ وماذا تستنتج ؟

التمرين 11:

I. لتكن الدالة f على المجال $[-4,2]$ حيث: $f(x)=x^3+3x^2+2$, (C_f) منحنيها البياني الممثل في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$.

1) h عدد حقيقي حيث $(x+h)\in[-4,2]$ بين أن: $\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=h^2+6h+9$ واستنتج أن الدالة f قابلة للاشتقاق في 1

2) بين انه من اجل كل x من $[-4,2]$: $f'(x)=3x(x+2)$

3) حدد إشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين حصرا للدالة f على المجال $]-4,-3[$ واستنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $-4<\alpha<-3$

5) شكل جدول إشارة $f(x)$

6) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) معامل توجيه كل منهما هو 9 .

II. نعرف الدالة g على المجال $[-4;0[\cup]0;2]$ حيث : $g(x)=\frac{x^3+6x^2-4}{2x}$

1) بين انه من اجل كل x من $[-4;0[\cup]0;2]$: $g'(x)=\frac{f(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة g. استنتج دون حساب $\lim_{h\to 0}\frac{g(\alpha+h)-g(\alpha)}{h}$.

التمرين 12:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$, (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$ كما هو موضح في الشكل (01).

1) اوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث انه من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ فان: $f(x)=a+\frac{b}{x-1}$

2) عين الدالتين المرجعيتين u و v حيث انه من اجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=u\circ v(x)$

3) نعتبر الدالتين g و h حيث: $g(x)=f(|x|)$ و $h(x)=|f(x)|$

أ) بين أن الدالة g دالة زوجية

ب) أكتب الدالة h دون رمز القيمة المطلقة حسب قيم x

ت) انطلاقا من المنحنى (C_f) أنشئ كل من (C_g) و (C_h) مع توضيح الطريقة

4) لتكن الدالة f_n المعرفة كما يلي : $f_n(x)=\underbrace{f\circ f\circ f\circ.....f\circ f(x)}_{n\ \text{مرة}}$

أ) بين أن : $f_2(x)=f\circ f(x)=x$

ب) عين $f_3(x)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الطبيعي n عبارة $f_n(x)$ (توجيه : $f_n(x)=f_{n-1}\circ f(x)$)

التمرين 13:

I. ليكن كثير حدود $A(x)$ حيث: $A(x)=x^4-4x^2+3$

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x)=0$.

II. نعرف الدالة f على $[-2,2]$ حيث: $f(x)=x^4-4x^2+3$, (C_f) منحنيها البياني الممثل في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$.

1) ادرس شفعية الدالة f وما ذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,2]$ واستنتج اتجاه تغيرها على المجال $]-2,0[$ ثم شكل جدول تغيراتها

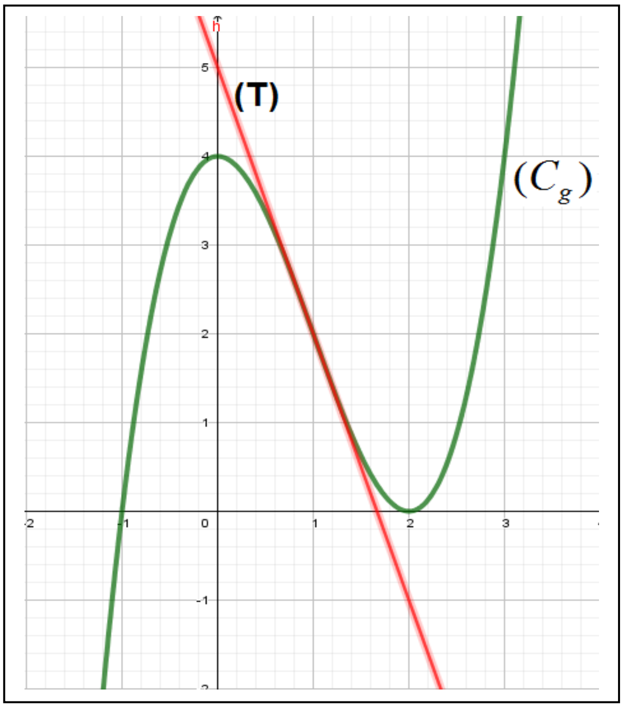
3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$.

4) عين نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

5) أنشئ بعناية المنحنى (C_f)

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m$

التمرين14:



لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3+ax^2+bx+c$

حيث a ,b وc أعداد حقيقية ثابتة.

(C_g) تمثيلها البياني المرسوم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$ كما هو موضح في الشكل المقابل .

(T) مماس للمنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1

I. اعتمادا على التمثيل البياني اجب على الأسئلة التالية :

أ) حل المعادلات و المتراجات التالية: $g(x)=0$, $g(x)>0$

$g'(x)=0$, $g'(x)<0$.

ب) عين ما يلي : $\lim_{h\to 0}\frac{g(h)-4}{h}$, $\lim_{h\to 0}\frac{g(2+h)}{h}$

وفسر النتيجتين هندسيا,

ت) احسب $g'(1)$.

ث) شكل جدول إشارة $g(x)$

ج) عين الأعداد a, b و c.

II. نضع $g(x)=v(x)-3u(x)$ حيث u وv دالتين معرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي: $u(x)=x^2$, $v(x)=x^3+4$

أ) احسب $u'(1)$ ثم عين تقريب تالفي للعدد $(1+h)^2$.

ب) احسب الدالة المشتقة v' للدالة v ثم احسب العدد المشتق $v'(1)$.

ت) استنتج العدد المشتق $g'(1)$.

ث) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1

ج) بين انه من اجل كل x من $g(2-x)+g(x)=4$ وماذا تستنتج ؟

III. لتكن الدالة f المعرفة $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{8}\left(\frac{x^3-6x^2-8}{x}\right)$

أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فان : $f'(x)=\frac{x^3-3x^2+4}{(2x)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها على المجال $[-5,8]$

ت) عين حصرا للعبارة $f(x)$ على المجال $[6,7]$ واستنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $6<\alpha<7$

التمرين 15:

I – ليكن كثير حدود $P(x)$ حيث: $P(x)=x^3-6x^2+11x-6$

2) بين أن 2 هو جذر لكثير الحدود $P(x)$

3) حلل $P(x)$ إلى جداء عاملين و عين الجذرين الآخرين.

4) ادرس إشارة $P(x)$.

II – لتكن الدالتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^2-x+6$ و $f(x)=x^3-5x^2+10x$

(C_f) و(C_g) منحنياهما في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$

1) عين عبارة الدالة $f-g$

2) استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و(C_f) .