التمرين:

الدالة f معرفة على $D_f=\left[-4;\frac{4}{5}\right]$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x-1}$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1) أحسب $f(-4)$ ، وتحقق أن $f\left(\frac{4}{5}\right)=\frac{-11}{5}$ ، ماذا تلاحظ؟

2) اثبت أنه من اجل $x\in D_f$ ، فإنّ $f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

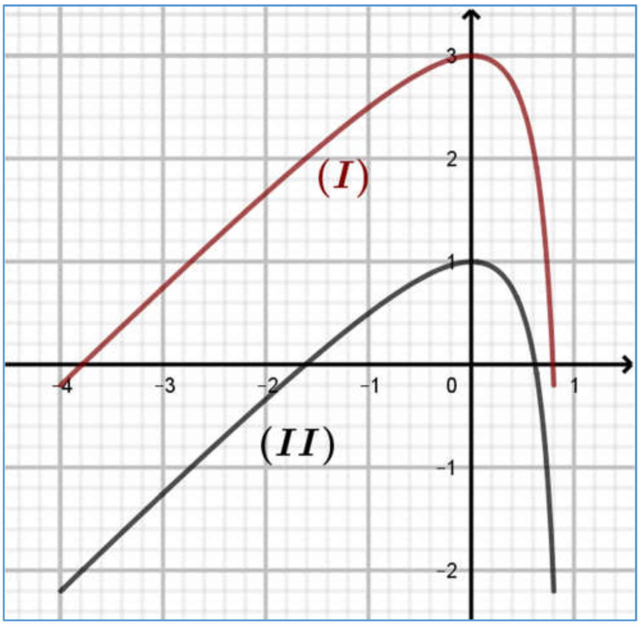
3) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $\mathbb{R}$ واستنتج إشارة $f'(x)$ على D_f.

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f على D_f وشكل جدول تغيراتها على D_f.

5) حل في D_f المعادلة $f(x)=0$ ، وفسّر النتيجة بيانيا.

6) أ) أحسب $f'(-1)$ ، وفسّر النتيجة هندسيا.

ب) أكتب معادلة المماس (T) للبيان (C) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$.



7) في الشكل المقابل يوجد فرعان بيانيان (I) و(II)، واحد منهما فقط هو البيان (C) عيّنه.

8) نعرّف الدالة g على $D_g=\left[\frac{6}{5};6\right]$ بـ: $g(x)=f(2-x)$ و(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- تحقق أنّ المنحنيين (C) و(C_g) متناظران بالنسبة لمستقيم يطلب تعيين معادلة له.
- بين أنّ g هي مركب دالتين يطلب تعيينهما. ثم أحسب عبارة الدالة المشتقة $g'(x)$.

انتهى

بالتوفيق

الدالة f معرفة على $D_f=\left[-4;\frac{4}{5}\right]$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x-1}$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1) أحسب $f(-4)$ ، وتحقق أنّ $f\left(\frac{4}{5}\right)=\frac{-11}{5}$ ، ماذا تلاحظ؟

الحل: $f(-4)=\frac{-11}{5}=f\left(\frac{4}{5}\right)$ (1.5 ن)

2) اثبت أنه من اجل $x\in D_f$ ، فإنّ $f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

الحل: $f'(x)=\frac{(2x+1)(x-1)-(x^2+x-1)}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ (0.5 ن)

3) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $\mathbb{R}$ واستنتج إشارة $f'(x)$ على D_f. (0.75 ن)+(0.75ن)

إشارة $f'(x)$ من إشارة بسطه: x^2-2x لدينا: $x^2-2x=x(x-2)$ ومنه: x^2-2x يقبل جذرين هما: 0 و2 ومنه $f'(x)=0$ تكافئ $x=0$ أو $x=2$

و $f'(x)>0$ تكافئ $x<0$ أو $x>2$ و $f'(x)<0$ تكافئ $[\,0<x<2$ و $x\neq 1\,]$

ونستنتج إشارة $f'(x)$ على المجال D_f كما يلي:

$f'(x)>0$ تكافئ $-4<x<0$ و $f'(x)<0$ تكافئ $0<x<\frac{4}{5}$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f على D_f وشكل جدول تغيراتها على D_f.

مما سبق: تكون الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-4;0]$ ومتناقصة تماما على المجال $\left[0;\frac{4}{5}\right]$ (0.5 ن)

جدول التغيرات: أنظر الجدول المقابل (0.5 ن)

x	-4		0		$\frac{4}{5}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\frac{-11}{5}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{-11}{5}$

5) حل في D_f المعادلة $f(x)=0$ ، وفسّر النتيجة بيانيا.(1.5ن+0.5ن)

الحل $f(x)=0$ تكافئ $x^2-x+1=0$ المميّز: $\Delta=1+4=5$

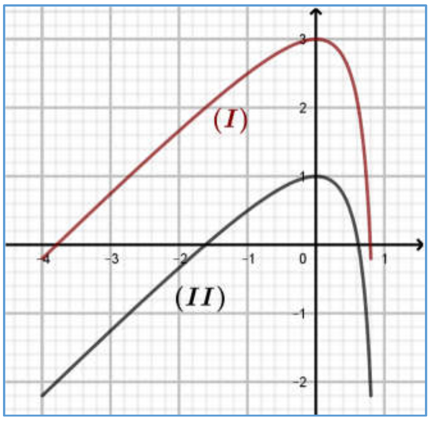
ومنه: المعادلة تقبل حلّين $x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

التفسير: البيان (C) يقطع محور الفواصل في نقطتين مختلفتين فاصلتيهما x_1 و x_2 على الترتيب.

6) أ) أحسب $f'(-1)$ ، وفسّر النتيجة هندسيا. (0.5ن) +(0.5ن)

$f'(-1)=\frac{3}{4}$ التفسير: البيان (C) يقبل مماسا في النقطة ذات الفاصلة 1- معامل توجيهه $\frac{3}{4}$

ب) أكتب معادلة المماس (T) للبيان (C) في النقطة ذات الفاصلة -1. (0.5ن)



المعادلة من الشكل: $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$

وينتج: $y=\frac{3}{4}(x+1)+\frac{1}{2}$ ومنه: $(T): y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$

7) في الشكل المقابل يوجد فرعان بيانيان (I) و(II)، واحد منهما فقط هو البيان (C) عيّنه. (0.5ن)

الحل:

حسب جدول التغيرات نجد الفرع (II) هو البيان (C).

8) نعرّف الدالة g على $D_g=\left[\frac{6}{5};6\right]$ بـ: $g(x)=f(2-x)$ و(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- تحقق أنّ المنحنين (C) و(C_g) متناظران بالنسبة لمستقيم يطلب تعيين معادلة له. (0.5ن)

تذكرة: يكون المستقيم ذو المعادلة $x=a$ محور تناظر للمنحنى (C_u) الممثل للدالة u إذا وفقط إذا كان $u(x)=u(2a-x)$

التحقيق: لدينا: $g(x)=f(2-x)$ تكافئ $g(x)=f(2\times 1-x)$ وينتج $a=1$

إذن: المنحنيان (C) و(C_g) متناظران بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة: $\boxed{x=1}$

- بيّن أنّ g هي مركب دالتين يطلب تعيينهما؛ ثم أحسب عبارة الدالة المشتقة $g'(x)$.

الحل: (0.5ن+ 0.5ن)

$g=f\circ k$ حيث k تآلفية معرّفة على $\left[-4;\frac{4}{5}\right]$ بـ: $k(x)=2-x$ و $k(x)\in\left[\frac{6}{5};6\right]$

حساب العبارة $g'(x)$:

لدينا: مشتقة الدالة المركبة $x\mapsto f(ax+b)$ هي الدالة $x\mapsto af'(ax+b)$

إذن:

$$g'(x)=\left(f(2-x)\right)'=-f'(2-x)=-\frac{(2-x)^2-2(2-x)}{(2-x-1)^2}$$

$$=-\frac{(2-x)^2-2(2-x)}{(2-x-1)^2}=\frac{-x^2+2x}{(1-x)^2}=-f(x)$$