سلسلة تمارين رقم 01: الأعداد والحساب

التمرين رقم 01

بيّن أنّ الأعداد التالية طبيعية:

$A=\dfrac{3^{10}}{243}$ ، $B=\dfrac{\sqrt{722}}{\sqrt{2}}$ ، $C=\dfrac{(a+b)^2-(a-b)^2}{ab}$ ،

$D=\sqrt{22+\sqrt{5+\sqrt{15+\sqrt{1}}}}$ مع $a;b\in\mathbb{R}^*$.

التمرين رقم 02

بسّط الأعداد التالية ثمّ عيّن أصغر مجموعة عددية ينتمي إليها كل عدد:

$a=\dfrac{\pi}{3,14}$ ، $b=9\times10^{-3}+0,4\times10^{-2}$ ، $c=\sqrt{\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ ،

$d=\dfrac{\left[(-12)^8\right]^{-2}\times75^{-4}\times(-4)^{-9}}{\left(25^{-2}\right)^4\times18^6\times10^4}$ ، $e=\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{4}}}}$ ،

$x=\dfrac{1}{3-\sqrt{5}}+\dfrac{1}{3+\sqrt{5}}$ ، $y=\sqrt{4-\sqrt{7}}\sqrt{4+\sqrt{7}}$ ،

$z=\dfrac{(2)^6\times(15)^3\times(-3)^6}{(-16)^4\times(10)^5\times(27)^{-3}}$ ، $k=1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}}}$.

التمرين رقم 03

بسط واكتب النتيجة على شكل جداء أو حاصل قسمة قوى أسها موجب:

$A=\dfrac{\left(a^2b\right)^{-3}c^2}{ab^{-3}}$ ، $B=\dfrac{\left(a^2b\right)^{-3}c^5a^4}{\left(bc^2\right)^2b^{-1}}$ ، $C=\dfrac{(-a)^2\,2b}{2b^{-1}}$

حيث a ، b و c أعداد حقيقية غير معدومة.

التمرين رقم 04

n و m عددان طبيعيان.

1) هل المساواة التالية صحيحة من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ؟

$$(x^n+x^m)^2-(x^n-x^m)^2=4x^{n+m}$$

2) إذا علمت أن :

$b^3=166.375$ و $b^5=5032.84375$

- احسب b^2 و b^6 دون حساب b .

التمرين رقم 05

اكتب على شكل كسر غير قابل للاختزال الأعداد الناطقة التالية: $\alpha=-3,1\overline{72}$ ، $\beta=0,5\overline{3634}$ ، $\lambda=-124,0\overline{3}$.

التمرين رقم 06

1) اكتب العددين A و B على أبسط شكل ممكن :

$$A=-9\sqrt{147}+\sqrt{12}-18\sqrt{243}$$

$$B=\sqrt{\frac{75}{98}}+\sqrt{\frac{300}{98}}-\sqrt{\frac{363}{338}}$$

2) ليكن العددان الحقيقيان a و b حيث:

$$a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\quad;\quad b=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

أ- احسب ab و $a+b$.

ب- استنتج قيمة كل من a^2+b^2 و a^4+b^4 .

ج- بيّن أنّ $a^2=a+1$ و أنّ $a^3=2a+1$.

ملاحظة: a يسمى العدد الذهبي.

التمرين رقم 07

ليكن x و y عددين من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ، نضع: $A=\dfrac{x+y}{1+xy}$.

1) من أجل $x=\dfrac{1}{3}$ و $y=\dfrac{-2}{5}$ ، احسب A .

2) احسب $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ و $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$.

3) نضع $x=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ و $y=\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ ،

بيّن أنّ: $A=\sqrt{3}$.

4) بيّن أنّه من أجل كل x و y من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ فإنّ

$A+1=\dfrac{(x+1)(y+1)}{1+xy}$ و $1-A=\dfrac{(x-1)(y-1)}{1+xy}$.

التمرين رقم 08

1) اكتب الأعداد التالية بمقامات ناطقة:

$\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ ، $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ، $\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

حيث n عدد طبيعي .

2) احسب المجموع S التالي:

$$S=1+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{144}+\sqrt{143}}$$

التمرين رقم 09

1) أ- حلّل كلا من العددين 1782 و 999 إلى جداء عوامل أولية .

ب- استنتج تحليل العدد 999×1782 إلى جداء عوامل أولية .

2) احسب $PGCD(1782;999)$ و $PPCM(1782;999)$.

3) ليكن العدد $\alpha=1,\overline{783}783...$.

أ- ما طبيعة العدد α ؟

ب- أعط الكتابة الكسرية لـ α ، ثمّ استنتج شكله غير القابل للاختزال .

التمرين رقم 10

نعتبر العددين الطبيعيين $A=1200$ و $B=5292$.

1) حلّل كلا من A و B إلى جداء عوامل أولية ، ثمّ استنتج تحليلا للجداء $A^2\times B^2$.

2) ما طبيعة العدد $\sqrt{A\times B}$ ؟ برّر جوابك.

3) عيّن القيمة المضبوطة لـ $\sqrt{B}-\sqrt{A}$.

4) احسب $PGCD(A;B)$ و $PPCM(A;B)$.

5) اختزل الكسر $\frac{B}{A}$ ، ثمّ احسب المجموع $\frac{-3}{A}+\frac{7}{B}$.

التمرين رقم 11

1) n عدد طبيعي.

بقسمة العدد n على كل من الأعداد 3150 ، 220 و 600 نحصل على البواقي 3148 ، 218 و 598 على الترتيب.

❖ عيّن أصغر قيمة للعدد n.

2) m عدد طبيعي غير معدوم.

بقسمة كل من الأعداد 3171 ، 3109 و 1963 على العدد m نحصل على البواقي 25 ، 15 و 13 على الترتيب.

❖ عيّن أكبر قيمة للعدد m.

التمرين رقم 12

P و Q عددان معرّفان كما يلي:

$P=15,714n8$ ، $Q=0,002349$

1) عيّن n إذا علمت أنّ المدوّر إلى 10^{-4} للعـــــدد P هو $15,7143$.

2) اكتب كلا من P و Q على الشكل العلمي .

3) حدّد رتبة مقدار كل من P و Q ، ثمّ استنتج رتبة مقدار العددين $P\times Q$ و $\frac{P}{Q}$.

التمرين رقم 13

اكتب على الشكل العلمي الأعداد التالية ثمّ عيّن رتبة مقدار كل منها.

$A=\frac{9\times14\times11^2}{15\times21\times22}$ ، $B=-0,1^5\times\left(-0,001^2\right)\times0,01^3$ ،

$C=0,000359\times10^{13}$ ، $D=\frac{8,689\times10^{-5}}{2405\times10^{-12}}$ ،

$E=3\times10^7\times4\times10^2-12\times10^8$ ، $F=-312,4\times10^{10}$ ،

$G=\frac{4\times10^8+0,0000005}{29\times10^{-6}-20\times10^{-7}}$.

التمرين رقم 14

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة ممّا يلي.

1) العدد 317 أولي.

2) العدد $\sqrt{\frac{8^{10}+4^{10}}{8^4+4^{11}}}$ يساوي 16 .

3) إذا كان a و c مختلفين في الإشارة فان العدد a^5b^2c موجب مهما كان b.

4) الكسر $\frac{231}{220}$ هو عدد عشري.

5) مجموع ثلاثة أعداد طبيعية فردية متتابعة دوما يقبل القسمة على 3 .

6) إذا كان T عددا أوليا حيث $T\geq3$ ، فإنّ T عدد زوجي .

التمرين رقم 15

a و b عددان حقيقيان حيث: $a+b=4$ و $ab=-12$.

❖ دون حساب العددين a و b ، عيّن قيمة لكل من:

$$x=a+7+(b-2)$$

$$y=(a-b)^2-(a+b)^2$$

$$z=(a+5)(b-3)+2(4a-5)$$

التمرين رقم 16

عدد تلاميذ ثانوية ما محصور بين 700 و 1000 تلميذ.

إذا وزع هؤلاء التلاميذ على أفواج تربوية تضم إمّا 36 أو 40 تلميذا فلا يبقى أي تلميذ دون فوج تربوي.

❖ ما هو عدد تلاميذ الثانوية ؟ وكم فوجا تربويا بها ؟

التمرين رقم 17

برهن صحة المساويات التالية:

$$\frac{\sqrt{8}+33}{7-\sqrt{2}}=\sqrt{2}+5$$

$$\frac{\left(9^{n+1}+9^n\right)^2}{\left(3^{2n+1}-3^{2n}\right)^2}=25 \qquad ;n\in\mathbb{N}$$

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{3}{4}}-\sqrt{\frac{4}{3}}\right)=\frac{-1}{4\sqrt{3}}$$

الجهد المتواصل وليس الذكاء أو القوة هو مفتاح إطلاق قدراتنا الكامنة