سلسلة تمارين رقم 02: الترتيب-المجالات-القيمة المطلقة

التمرين رقم 01

قارن (دون حاسبة) بين العددين a و b في كل حالة ممّا يلي.

❶	$a=\frac{12}{17}$	$b=\frac{5}{13}$
❷	$a=\sqrt{19-8\sqrt{3}}$	$b=\sqrt{3}-4$
❸	$a=\frac{1}{5\sqrt{3}}$	$b=\frac{1}{3\sqrt{5}}$
❹	$a=2\sqrt{13}-3\sqrt{6}$	$b=7\sqrt{2}-4\sqrt{26}$
❺	$a=\sqrt{1-10^{-19}}$	$b=\sqrt{1-10^{-18}}$
❻	$a=\sqrt{2+\sqrt{3}}$	$b=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$
❼	$a=2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$	$b=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}-3}$

التمرين رقم 02

1) x عدد حقيقي حيث $x>1$.

قارن بين كل عددين فيما يلي:

❶ $(x+2)^2$ و $(x+1)^2$

❷ $\sqrt{x+8}$ و $\sqrt{x+9}$

❸ $(1-x)^2$ و $(2-3x)^2$

❹ $\sqrt{x+\pi}$ و $\sqrt{x+\frac{157}{50}}$

2) α عدد حقيقي حيث $\frac{3}{2}<\alpha<2$.

رتب تصاعديا الأعداد في كل حالة:

❶ $2\alpha-3$ ، $(2\alpha-3)^2$ ، $(2\alpha-3)^3$

❷ $4\alpha+1$ ، $(4\alpha+1)^2$ ، $(4\alpha+1)^3$

التمرين رقم 03

a و b عددان حقيقيان موجبان تماما. نعتبر الأعداد الحقيقية A ، B و C حيث:

$$C=\frac{2ab}{a+b} \qquad B=\sqrt{ab} \qquad A=\frac{a+b}{2}$$

1) قارن بين A^2 و B^2 ، ثمّ استنتج مقارنة بين A و B .

2) بيّن أنّ: $B-C=\frac{\sqrt{ab}}{a+b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2$ ، ثمّ استنتج أنّ $B\geq C$.

3) استنتج ممّا سبق مقارنة بين الأعداد A ، B و C .

التمرين رقم 04

n عدد طبيعي غير معدوم .

1) قارن بين العددين $x=n\sqrt{n+1}$ و $y=(n+1)\sqrt{n}$.

2) استنتج إشارة العدد z حيث: $z=\frac{\sqrt{n}}{n}-\frac{\sqrt{n+1}}{n+1}$.

التمرين رقم 05

a و b عددان حقيقيان حيث:

$$b=\sqrt{3+\sqrt{2+4\sqrt{3}}} \quad ; \quad a=\sqrt{3-\sqrt{2+4\sqrt{3}}}$$

1) احسب $\left(2-\sqrt{3}\right)^2$.

2) أ- احسب كلا من ab ، a^2 و b^2 .

ب- استنتج قيمة مبسطة للعدد $(a+b)^2$.

التمرين رقم 06

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $a\geq b$.

❖ أثبت صحة المتباينتين الآتيتين:

❶ $\frac{\sqrt{a+b}}{3}+a^2\geq\frac{\sqrt{2b}}{3}+a^2$ .....

❷ $-\left(\frac{a^2+1}{b}\right)\leq-\left(\frac{b^2+1}{b}\right)$ .....

التمرين رقم 07

a و b عددان حقيقيان موجبان تماما حيث $a>b$.

L عدد حقيقي معرّف كما يلي:

$$L=\sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}}-\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}$$

1) عيّن إشارة L .

2) احسب L^2 ، ثمّ استنتج قيمة مبسّطة للعدد L .

التمرين رقم 08

x و y عددان حقيقيان حيث: $-4\leq x\leq 2$ و $1\leq y\leq 3$.

❖ أعط حصرا لكل من x^2+y^2 ، $\frac{1}{x+y}$ و $\frac{x^2}{y^2}$.

التمرين رقم 09

a و b عددان حقيقيان حيث:

$$\frac{-1}{2}<a<2 \qquad \text{و} \qquad -5<b<-1$$

1) جد حصرا للعددين $3a+b^2$ و $a-2b$.

2) استنتج حصرا للعدد k حيث: $k=\sqrt{\frac{3a+b^2}{a-2b}}$.

(تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

التمرين رقم 10

p و q عددان حقيقيان حيث: $|2p-3|\le 1$ و $\dfrac{1}{|q+4|}\ge 1$.

1) عيّن حصرا لكل من p ، q ، $p\times q$ ، p^2+q^2 و $\dfrac{p\times q}{p^2+q^2}$.

2) حدّد إشارة العددين $5p+q$ و $q+3$.

3) أوجد حصرا للعدد E حيث:

$$E=\sqrt{(5p+q)^2}-\sqrt{(q+3)^2}$$

التمرين رقم 11

وحدة الطول هي cm .

ABC مثلث متساوي الساقين في الرأس A .

❖ إذا علمت أن طول الضلع $[BC]$ محصور بين 2,1 و 2,2 ، وطول الضلع $[AB]$ محصور بين 3 و 3,1 .

1) جد حصرا للارتفاع H المتعلق بالضلع $[BC]$.

2) استنتج حصرا لكل من محيط ومساحة المثلث ABC .

التمرين رقم 12

عبّر عن المجموعات التالية بمجال أو اتحاد مجالين ، ثمّ مثلها على المستقيم العددي.

$A=\{x\in\mathbb{R}/-2\le x\le 3\}$ $\quad E=\{x\in\mathbb{R}/|x|\ge 4\}$

$B=\left\{x\in\mathbb{R}/x\ge -\dfrac{5}{2}\right\}$ $\quad F=\{x\in\mathbb{R}/|x-1|<2\}$

$C=\{x\in\mathbb{R}/x<-1\}$ $\quad G=\{x\in\mathbb{R}/d(x;-1)>3\}$

$D=\{x\in\mathbb{R}/|x|<\pi\}$ $\quad H=\{x\in\mathbb{R}/|x|\ge -1\}$

التمرين رقم 13

اكتب على شكل مجال المتباينات التالية:

1) $x>2$ و $x\ge 5$ 2) $x>0$ أو $x\le 0$

3) $x\ge 3$ و $x<7$ 4) $x<\sqrt{3}$ أو $x\le\dfrac{5}{2}$

التمرين رقم 14

x عدد حقيقي، لتكن العبارة التالية: $P(x)=|2x-3|-5$.

1) احسب $P\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ ، $P(0)$ و $P\left(\sqrt{5}\right)$.

2) اكتب $P(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3) عيّن في كل حالة ممّا يلي قيم x التي نحقّق:

1) $P(x)=x$

2) $x\le\dfrac{3}{2}$ و $P(x)=2$

3) $P(x)\le 2x-5$

4) $x\ge\dfrac{3}{2}$ و $P(x)\le 10^{-3}$

التمرين رقم 15

x عدد حقيقي، $A(x)$ العبارة المعرفة بـ:

$$A(x)=3|x+2|-3\sqrt{(x-3)^2}$$

1) احسب $A\left(2-\sqrt{5}\right)$ و $A\left(\sqrt{3}+5\right)$.

2) اكتب $A(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x)=x+2$ و المتراجحة $A(x)>3$.

التمرين رقم 16

على المستقيم العددي المزود بالمعلم الخطي $(O;I)$ ، نعتبر النقط A ، B و M التي فواصلها على الترتيب -1 ، 4 و x .

لتكن $E(x)$ العبارة المعرفة بـ: $E(x)=|x+1|-|x-4|$.

❖ عيّن بيانيا قيم العدد الحقيقي x التي تحقّق:

1) $E(x)=0$ 2) $E(x)>0$

3) $E(x)+2|x-4|=5$ 4) $d(x;-1)-E(x)\le 3$

التمرين رقم 17

حل في $\mathbb{R}$ (بيانيا أو جبريا) المعادلات و المتراجحات التالية:

(1)... $\sqrt{x^2}>1$ (2)... $|x-4|=1$

(3)... $|x-2|=|x+1|$ (4)... $|5-3x|\le 2$

(5)... $|x+7|\ge -9$ (6)... $\sqrt{(1-x)^2}-\sqrt{2}<0$

(7)... $d(x;-2)=0$ (8)... $|2x+3|-|2-x|=-3$

(9)... $|x+2|+|x-4|=6$ (10)... $\sqrt{x^2-6x+9}<4$

(11)... $2|3-x|-|x|=0$ (12)... $d\left(x;\dfrac{1}{2}\right)\le d\left(x;\dfrac{3}{2}\right)$

التمرين رقم 18

1) أكمل الجدول التالي مع توضيح طريقة الحساب.

الحصر	المجال	c	r	المسافة	القيمة المطلقة
	$I=\ldots$				$\lvert x+3\rvert\le 1$
	$J=]-2;1[$				
	$K=\ldots$			$d(x;2)\le 7$	
$-4<x\le 3$	$L=\ldots$				
	$M=[.;.]$	-2	6		

2) عيّن في $\mathbb{R}$ المجموعات التالية:

$L\cup\mathbb{R}_+^*$ $\quad J\cap K\cap M$ $\quad J\cup K$ $\quad I\cap J$

$J\cap\mathbb{R}^*$ $\quad J\cup L\cup\mathbb{R}^-$ $\quad I\cup K$ $\quad L\cap J$