سلسلة تمارين رقم 01: الأعداد و الحساب .

المستوى: 1ج م ع ت	2020-2019	جمع الأستاذ: رضوان فُضالة .

التمرين 01:

بيّن أنّ الأعداد التالية طبيعية:

$A=\frac{3^{10}}{243}$ ، $B=\frac{\sqrt{722}}{\sqrt{2}}$ ، $C=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{ab}$ ،

$D=\sqrt{22+\sqrt{5+\sqrt{15+\sqrt{1}}}}$ حيث a و b أعداد حقيقية غير معدومة .

التمرين 02:

بسط الأعداد التالية ثم عيّن أصغر مجموعة ينتمي إليها كل عدد:

$a=\frac{\pi}{3,14}$ ، $b=9\times10^{-3}+0,4\times10^{-2}$ ، $c=\sqrt{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$ ،

$d=\frac{\left[(-2)^8\right]^{-2}\times75^{-4}\times(-4)^{-9}}{\left(25^{-2}\right)^4\times18^6\times10^4}$ ، $e=\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{4}}}}$ ،

$f=\frac{1}{3-\sqrt{5}}+\frac{1}{3+\sqrt{5}}$ ، $i=\sqrt{4+\sqrt{7}}\sqrt{4-\sqrt{7}}$

التمرين 03:

أكتب كل عدد من الأعداد الناطقة التالية على شكل كسر:

$a=0,14..$ ، $b=5,245245..$ ،

$c=16,4212212..$

$d=0,53634$ ، $e=-3,172$

التمرين 04:

أكتب على أبسط شكل ممكن العبارات التالية

$A=\frac{-16^3\times(8^3)^2\times(2)^{25}}{(32^{-1})^2\times(-4^{-3})^2\times64}$ ، $B=\frac{\left[(-12)^8\right]^{-2}\times75^{-4}\times(-4)^{-9}}{\left(25^{-2}\right)^4\times18^6\times10^4}$

$D=\frac{(-2)^5\times(-5)^8\times(-9)^3}{(-6)^4\times(30)^5}\times\frac{(-18)^7\times(-2)^4\times(-50)^3}{(-25)^6\times(-4)^5\times(-27)^2}$

التمرين 05:

m و n عددان طبيعيان .

1ـ هل المساواة التالية صحيحة من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم:

$\left(x^n+x^m\right)^2-\left(x^n-x^m\right)^2=4x^{n+m}$.

2ـ إذا علمت أن: $b^3=166,375$ و $b^5=5032,84375$

ـ احسب b^2 و b^6 دون حساب b.

التمرين 06:

a و b عددان حيث :

$a=\sqrt{98}+\sqrt{32}+\sqrt{8}$; $b=\sqrt{162}+\sqrt{72}+\sqrt{18}$

1) بسط كتابة كلا من a و b .

أحسب ما يلي: $\frac{a+b}{2}$ و $\sqrt{ab}$.

التمرين 07:

نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث : $a^2+b^2=1$

1ـ بيّن أن: $(a+b)^2+(a-b)^2=2$.

2ـ بيّن أن: $a^6+b^6+3(ab)^2=1$.

التمرين 08:

a و b عددان حقيقيان حيث:

$\begin{cases}a+b=1 & (1)\\ a^2+b^2=2 & (2)\end{cases}$

.

1ـ احسب ab .

2ـ بيّن أنّ a^4+b^4 هو عدد عشري .

3ـ برهن بالحساب أنّ العددين $a=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ و $b=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ يحققان الشرطين (1) و (2) .

التمرين 09:

ليكن x و y عددين من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ، نضع $A=\frac{x+y}{1+xy}$.

1ـ من أجل $x=\frac{1}{3}$ و $y=\frac{-2}{5}$ ، احسب A .

2ـ احسب $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ و $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$.

3ـ نضع $x=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ و $y=\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ ، بيّن أنّ: $A=\sqrt{3}$.

4ـ بيّن أنّه من أجل كل x و y من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ فإنّ $A+1=\frac{(x+1)(y+1)}{1+xy}$ و

$1-A=\frac{(x-1)(y-1)}{1+xy}$.

التمرين 10:

1ـ أكتب الأعداد التالية بمقامات ناطقة :

$\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ، $\beta=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ، $\theta=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ حيث n عدد طبيعي .

2ـ احسب المجموع S التالي:

$$S=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+...+\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$$

التمرين 11:

1ـ أنشر ثم بسط : $\left(3-2\sqrt{5}\right)^2$, ثم استنتج تبسيطا للعدد $\sqrt{29-12\sqrt{5}}$.

2ـ قارن بين العددين : $\sqrt{6-3\sqrt{3}}$ و $\sqrt{6+3\sqrt{3}}$

3ـ نعتبر العدد A حيث : $A=\sqrt{6-3\sqrt{3}}-\sqrt{6+3\sqrt{3}}$, أدرس إشارة A .

4ـ أحسب العدد A^2 ثم استنتج قيمة مبسطة للعدد A .

5ـ نضع $X=\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}-2^{-1}\right]^{-1}$ و $Y=\frac{3^2\times2^{-5}\times6^{-}}{4^{-3}\times3^{-1}}$, أكتب X و Y على أبسط شكل ممكن .

التمرين 12:

1ـ حلل كلا من العددين 1386 و 999 إلى جداء عوامل أولية.

2ـ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1386 و 999.

3ـ نضع : $a=1,387387387...$

أ-ما هي طبيعة العدد a؟

بـ- بيّن أن : $a=\frac{1386}{999}$

جـ-أكتب العدد a على شكل كسر للاختزال.

التمرين 13:

نعتبر العددين الطبيعيين $A=1200$ و $B=5292$.

1ـ حلل كلا من A و B إلى جداء عوامل أولية، ثم استنتج تحليلا للجداء $A^2\times B^2$.

2ـ ما طبيعة العدد $\sqrt{A\times B}$؟ برر جوابك.

3ـ عين القيمة المضبوطة لـ $\sqrt{A}-\sqrt{B}$.

4ـ احسب $PGCD\left(A;B\right)$ و $PPCM\left(A;B\right)$.

5ـ اختزل الكسر $\frac{B}{A}$ ، ثم احسب $\frac{-3}{A}+\frac{7}{B}$.

التمرين 14:

نعتبر a و b عددان طبيعيان حيث :

$a=\frac{-2^3\times15\times10^2\times(-1)^{2019}}{5^2\times2^2}$ و $b=\frac{2^3\times15^2\times7}{5\times10\times2020^0}$

.

1) بين أنّ: $a=120$ و $b=252$ (دون استعمال الآلة الحاسبة) .

2) استنتج التحليل إلى جداء عوامل أولية لكل من a و b .

3) أحسب كل من : $PGCD\left(a;b\right)$ و $PPCM\left(a;b\right)$.

4) أكتب $\frac{b}{a}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال .

5) برهن أنّ العدد $\sqrt{\frac{b}{a+6}}$ ليس عددا ناطقا

التمرين 15:

اكتب على الشكل العلمي الأعداد التالية ثم عين رتبة مقدار كل منهم.

$A=\frac{9\times14\times11^2}{15\times21\times22}$ ، $B=-0,1^5\times\left(-0,001^2\right)\times0,01^3$ ،

$C=0,000359\times10^{13}$ ، $D\frac{8,689\times10^{-5}}{2405\times10^{-12}}$

التمرين 16:

n عدد طبيعي غير معدوم .

1ـ بيّن أن : $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n\left(n+1\right)}$

2ـ أكتب على أبسط صورة ممكنة S حيث : $S=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+.....+\frac{1}{2018\times2019}$.

التمرين 17:

نعتبر العدد a حيث: $a=1+7+7^2+7^3+.....+7^{15}$

أ 1ـ اكتب $7a+1$ بدلالة a.

2ـ إستنتج أنّ $6a=7^{16}-1$ و أنّ : $a=8\left(7^2+1\right)\left(7^4+1\right)\left(7^8+1\right)$.

التمرين 18:

نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث: $a^2+b^2=1$

1ـ بيّن أن : $\left(a+b\right)^2+\left(a-b\right)^2=2$

2ـ بيّن أن : $a^6+b^6+3\left(ab\right)^2=1$.

التمرين 19:

a عدد حقيقي موجب تماما .

1ـبيّن أن مقلوب العدد : $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$ هو العدد $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$

2ـ استنتج قيمة المجموع :

$S=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+.....+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$