التمرين الأول :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+7u_n}$

1. أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 . هل المتتالية حسابية أم هندسية ؟
2. بين أنه إذا كان $u_{n+1} = 0$ فإن $u_n = 0$. و إستنتج أنه من أجل أي عدد طبيعي n ؛ $u_n \neq 0$.
3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n = \frac{2-u_n}{u_n}$. أحسب v_0 ، v_1 ، v_2 ، v_3
4. بين أن المتتالية (v_n) حسابية .
5. عبر عن v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .
6. هل (u_n) تقبل نهاية ؟ إذا كان نعم ، فما هي ؟

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

نضع : $v_n = u_n - 3$.

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية مع تعيين أساسها و حدها الأول
2. عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n و إستنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
3. من أجل كل عدد $n \in \mathbb{N}$ نضع $S_n = v_0 + v_1 + \dots\dots\dots + v_n$. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 1$ و $2u_{n+1} - 5u_n = 3$

1. أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 .
2. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بحدها العام كما يلي : $v_n = u_n + 1$. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .
3. أحسب الحد العام v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .
4. أحسب $S_n = v_0 + v_1 + \dots\dots\dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots\dots\dots + u_n$ ثم الجداء $p = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots\dots\dots\dots\dots\dots \times v_n$ بدلالة n

التمرين الرابع :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 0$; $u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 12}$

1. أحسب الحدود الخمسة الأولى لهذه المتتالية و ما تخمينك بالنسبة لنهايتها
2. بين أن المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n = u_n^2 - 4$ هندسية .
3. أحسب نهاية (v_n) ثم (u_n)

التمرين الخامس :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = \frac{1}{4}$ و $u_{n+1} = \frac{2+3u_n}{4+u_n}$

1. أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 . هل المتتالية حسابية أم هندسية ؟
2. بين أنه إذا كان $u_{n+1} = 1$ فإن $u_n = 1$. و إستنتج أنه من أجل أي عدد طبيعي n ؛ $u_n \neq 1$.
3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n = \frac{2+u_n}{1-u_n}$. أحسب v_0 ، v_1 ، v_2 ، v_3
4. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
5. عبر عن v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .
6. هل (u_n) تقبل نهاية ؟ إذا كان نعم ، فما هي ؟

التمرين السادس :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 3$ ؛ $u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n}$

1. أحسب الحدود الخمسة الأولى . ماذا تستنتج بالنسبة لرتابة المتتالية .
2. لتكن الدالة f حيث $u_{n+1} = f(u_n)$
   - حل في $\mathbb{R}-\{-1\}$ المعادلة $f(x) = x$.
   - أدرس إتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{-1\}$
   - أرسم التمثيل البياني للدالة f و إستنتج رسم التمثيل البياني للمتتالية (u_n) على المجال $[0 , 4]$ في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس .
   - ماذا تستنتج بالنسبة لنهاية المتتالية (u_n) .
3. نضع $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$
   - برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب أسلسها و حدها الأول ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n
   - إستنتج عبارة u_n بدلالة n
   - أحسب نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$

التمرين السابع :

1) (v_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل v_1 وأسلسها r

أ ـ عين v_1 و r علما أن $\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = 24 \\ v_4 + v_5 + v_6 + v_7 = 74 \end{cases}$

ب ـ استنتج v_n بدلالة n وعين أصغر عدد طبيعي n يحقق $v_n > 6023$.

2) (u_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل u_1 وأسلسها d . نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

عين u_1 و d حتى يكون $2S_n = n(3n+7)$ وهذا من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n .

التمرين الثامن :

لتكن (u_n) متتالية معرفة على بِـ $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $4u_{n+1} - 2u_n = 9$.

و لتكن (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 2u_n - 9$.

أ ـ أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثمّ v_0 ، v_1 ، v_2 و v_3 .

ب ـ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها .

جـ ـ جد عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

د ـ أحسب بدلالة n المجموع $v_0 + v_1 + ... + v_n$ ثمّ استنتج بدلالة n المجموع $u_0 + u_1 + ... + u_n$.