الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

نموذج اختبار البكالوريا في مادة الرياضيات

الشعبة : 3 تسيير واقتصاد

المدة : 03 ساعات

المعامل : 05

التمرين الأول (04 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول U_0 وبالعلاقة التراجعية $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$ ، $(n \in \mathbb{N})$

1- عين قيمة U_0 حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة .

2- نفرض $U_0 = 6$:

أ) أحسب U_1 و U_2 .

ب) (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $V_n = \alpha\, U_n - 2$ ، حيث $\alpha \in \mathbb{R}^*$.
عين قيمة العدد α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية .

ت) نضع $\alpha = -1$:

- عبر بدلالة n عن كل من V_n و U_n .
- أحسب بدلالة n المجموع : S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

في كل حالة مما يلي عين الإجابة الصحيحة من بين الإجابات أ، ب، ج المقترحة.

	أ	ب	ج
العدد $\ln\left(\frac{2\times e^3}{\sqrt{3}}\right)$ يساوي	$3-\ln 2+\frac{1}{2}\ln 3$	$3+\ln 2-2\ln 3$	$3+\ln 2-\frac{1}{2}\ln 3$
حل المعادلة $\ln(x+1)=2$ **في** $\mathbb{R}$ **هو:**	e^2+1	e^2-1	$1-e^{-2}$
العبارة $2\ln x-\ln(x-1)$ **تساوي:**	$\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$	$\ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$	$\ln\left[2x(x-1)\right]$
العدد $\ln(4^n)-\ln(2^{n-1})$ يساوي	$(n+1)\ln 2$	$(2n+1)\ln 2$	$(n-1)\ln 2$

التمرين الثالث (06 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرت من الكيس .

1- أحسب احتمال الحصول على :

أ- ثلاث كرات من نفس اللون .

ب- ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

جـ- ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب- أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الرابع (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty\ ;\ \ln 2[$ كما يلي : $f(x) = \ln(8e^x - 4e^{2x})$

وليكن (C) المنحنى الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ، (الوحدة $2\,cm$)

1- أحسب نهاية الدالة f عند $\ln 2$, فسر النتيجة بيانيا .

2- أ- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty\ ;\ \ln 2[$ يكون : $f(x) = x + \ln 8 + \ln\left(1 - \frac{1}{2}e^x\right)$

جـ- استنتج أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x + \ln 8$ مقارب مائل للمنحنى (C) .

عين وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

3- أدرس تغيرات الدالة f

4- أنشئ المنحنى (C) في المعلم السابق .

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

التمرين الأول (04 نقط)

1- تكون (U_n) ثابتة عندما $U_0 = -2$.. 2- $U_2 = 0$, $U_1 = 2$... تكون (V_n) متتالية هندسية من أجل : $\alpha = -1$... أ- عندما $\alpha = -1$: (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول -8.......................... ومنه $V_n = -8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $U_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2$... $S_n = -[(V_0+2) + (V_1+2) + (V_2+2) + \cdots + (V_n+2)]$ $= -(V_0 + V_1 + \cdots + V_n) - 2(n+1) = 16\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] - 2(n+1)$	0.5 0.25 + 0.25 0.5 0.5 0.5 + 0.5 1
المجموع	4

التمرين الثاني (4 نقط)

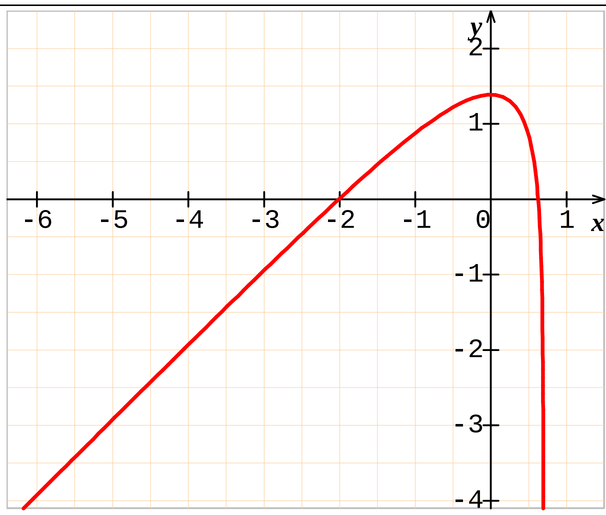
التمرين الثالث (06 نقاط)

1- أ- احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون : $P(E) = \frac{1}{7}$.. ب- احتمال الحصول على 3 كرات تحمل نفس الرقم : $P(F) = \frac{5}{56}$ .... جـ- احتمال الحصول على 3 كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى : $P(G) = \frac{3}{14}$................... 2- قيم X هي : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , ... أ- قانون احتمال X :	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1

X_i	0	1	2	3	المجموع
$P(X = X_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$	1

1 0.5 0.5 0.5	ب- الأمل الرياضي : $E(X)$: $E(X)=\frac{3}{2}$ .... ت- الانحراف المعياري : $\sigma=\sqrt{V}$... $V=E(X^2)-[E(X)]^2$ .... $\sigma=\sqrt{\frac{15}{28}}$ ....
06	المجموع

التمرين الرابع (06 نقاط)

0.5	1- $\lim_{x\to \ln 2} f(x)=-\infty$ ....
0.5	تفسير النتيجة بيانيا : (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=\ln 2$ ....
0.5	2- أ- $\lim_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$..
0.5	ب- بيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty,\ln 2[$ يكون : $f(x)=x+\ln 8+\ln\left(1-\frac{1}{2}e^x\right)$ ..
0.5	جـ- $\lim_{x\to -\infty}[f(x)-(x+\ln 8)]=0$ إذن $(\Delta): y=x+\ln 8$ ....
0.5	وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) : $\varphi(x)=f(x)-(x+\ln 8)$....................................
0.5	$\varphi(x)=\ln\left(1-\frac{1}{2}e^x\right)>0$
0.5	ومنه (C) أسفل (Δ)..
0.5	3- دراسة تغيرات f : $f'(x)=\frac{8e^x-8e^{2x}}{8e^x-4e^{2x}}$ $f'(x)=2\times\frac{1-e^x}{2-e^x}$ .... $f'(x)=0$ معناه $x=0$
1 0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ $\ln 2$</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>−</td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td colspan="2">↗ $\ln 4$ ↘ $-\infty$ $-\infty$</td><td></td></tr></table>
	الرسم :  ....
06	المجموع