

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

نموذج اختبار في مادة الرياضيات

الشعبة : تسيير و اقتصاد

المدة : 3 ساعات

المعامل : 05

التمرين الأول (5 نقط):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n

$$\text{بالعلاقة: } u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1$$

(1) احسب u_1 و u_2 .

(2) لتكن (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_{n+1} = u_{n+1} - u_n$.

(أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n) و عين

حدها الأول v_1 .

(ب) عبر عن v_n بدلالة n .

(ج) عبر عن v_n بدلالة u_n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}} - 3$.

(د) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ما هي نهايتها؟

التمرين الثاني (4 نقط):

يعطي الجدول التالي نسبة النجاح في امتحان شهادة البكالوريا في ثانوية من ثانويات الوطن.

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007
نسبة النجاح	25%	27%	30%	31%	37%	51%

هل يمكنك توقع نسبة النجاح في هذه الثانوية سنة 2010؟

التمرين الثالث (4 نقط):

زهرة نرد مكعبة الشكل، أربعة من أوجهها ملونة بالأحمر ووجهان بالأصفر، كل الأوجه لها نفس احتمال الظهور. نرمي زهرة النرد مرة واحدة (تعطى النتائج في شكل كسر غير قابل للاختزال).

(1) ما هو احتمال أن يكون لون الوجه العلوي: (أ) أصفر؟

(ب) أحمر؟

(2) نعيد هذه التجربة ثلاث مرات، ما احتمال أن يكون الوجه العلوي أصفرا:

① 3 مرات ② مرتين ③ مرة واحدة على الأقل.

التمرين الرابع (7 نقط):

الجزء الأول: f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (2-5x)e^{-x} + 2$ و (C) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

- (1) احسب نهايات الدالة f عندما $x \rightarrow -\infty$ و عندما $x \rightarrow +\infty$.
- (2) لتكن f' الدالة المشتقة للدالة f .
- (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = (5x-7)e^{-x}$.
- (ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f .
- (3) مثل الجزء من المنحني (C) الذي فواصل نقطه بين 0 و 6.
- (4) (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 1,5$ تقبل، في المجال $[0;6]$ ، حلين α و β حيث α هو الحل الأصغر.
- (ب) أعط قيمة مقربة لكل من الحلين α و β (تدور النتائج إلى 10^{-2}).
- (ج) حل في المجال $[0;6]$ المتراجحة $f(x) \leq 1,5$.
- الجزء الثاني: نضع $C_M = f$ حيث C_M هي الكلفة الهامشية لإنتاج سلعة X مقدرة بالطن T ، و X محصور بين 0 و 6.
1. (أ) ما هي قيمة السلعة التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية أصغر؟
- (ب) ما هي قيم السلعة التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية أقل من أو تساوي 1,5؟ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).
2. الكلفة الكلية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية.
- تحقق أن: $C_T(x) = (5x+3)e^{-x} + 2x + k$ ثم عين k إذا علمت أن $C_T(0) = 2$.

سلم التقييط

العلامة	الحل المقترح
	التمرين الأول:
2×0,5	(1) $u_2 = \frac{-1}{3}, u_1 = 1$
	(أ.2) $v_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1 - \left(\frac{2}{3}u_{n-1} - 1\right) = \frac{2}{3}v_n$ منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$
0,5+0,75	وحدها الأول v_1 حيث: $v_1 = u_1 - u_0 = -2$
0,75	(ب) v_n بدلالة n : $v_n = v_1 r^{n-1} = -1\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$
2×0,5	(ج) $v_n = \frac{1}{2}(-u_n - 3)$ ومنه $-3 = \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}} - 3$ $u_n = -2v_n - 3 = 4\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} - 3$
0,5	(د) المتتالية (u_n) متناقصة تماماً لأن: $u_{n+1} - u_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n < 0$
0,5	نهاية المتتالية (u_n) هي -3

التمرين الثاني:

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
النسبة y_i	25%	27%	30%	31%	37%	51%

معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا (التسوية الخطية)

$$\left(a = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, b = \bar{y} - a \bar{x}, y = ax + b \right), y = 4,59x + 18,95$$

من أجل $x = 9$ رتبة السنة 2010 نجد $y = 60$ وعليه النتيجة المتوقعة هي 60% .

التمرين الثالث:

- 0,5 1.1) احتمال أن يكون لون الوجه العلوي أصفر هو: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
- 0,5 ب) احتمال أن يكون لون الوجه العلوي أحمر هو: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- 0,75 2.2) احتمال أن يكون الوجه العلوي أصفرا 3 مرات هو:
- 0,75 $p(X=3) = C_3^3 p^3 q^{3-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$
- ب) احتمال أن يكون الوجه العلوي أصفرا مرتين هو:
- 0,75 $p(X=2) = C_3^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{9}$
- ج) احتمال أن يكون لون الوجه العلوي أصفرا مرة واحدة على الأقل هو:
- 0,5 $p(X \geq 1) = 1 - p(X=0) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{19}{27}$

التمرين الرابع:

الجزء الأول:

- 2×0,5 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
- 0,75 2.2) التحقق من أن: $f'(x) = (5x-7)e^{-x}$
- ب) $f'(x)$ له إشارة $5x-7$

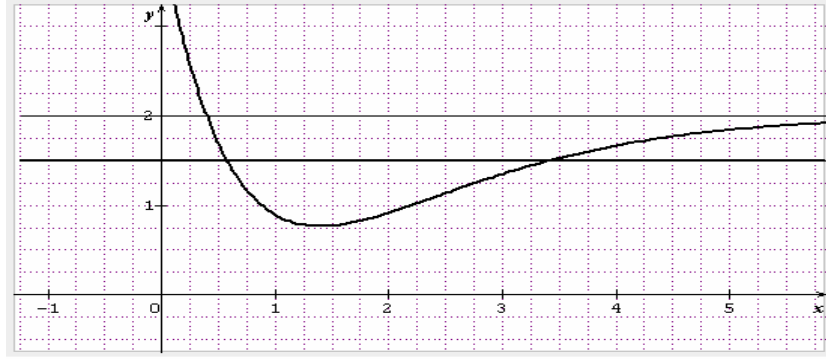
x	$-\infty$	$\frac{7}{5}$	$+\infty$
$5x-7$	-	0	+

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	1, 4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(1,4)$	$+\infty$

3. التمثيل البياني:

0,75



4. أ) المستقيم ذو المعادلة $y=1,5$ يقطع المنحنى (C) في نقطتين، وعليه

تقبل المعادلة $f(x)=1,5$ حلين α و β في المجال $[0;6]$

ب) لدينا $\alpha \approx 0,58$ و $\beta \approx 3,40$

ج) حلول المتراجحة $f(x) \leq 1,5$ في المجال $[0;6]$ هي قيم x التي

تحقق $\alpha \leq x \leq \beta$ أي $[\alpha; \beta]$

الجزء الثاني:

1. أ) كمية السلعة التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية أصغرية هي

1,4 طن

ب) كمية السلعة التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية أقل من أو تساوي

1,5 طن هي القيم المحصورة بين 0,58 طن و 3,40 طن

2. $C'_T(x) = f(x) = C_M(x)$

$C_T(0) = 2$ تكافئ $k = -1$

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5