

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

نموذج اختبار البكالوريا في مادة الرياضيات

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعات

المعامل : 05

التمرين الأول (05 نقط)

1. حلّ في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $z^2 - (1+i)z - 2 - i = 0$ .  
نرمز بـ  $z_1$  و  $z_2$  لحلي هذه المعادلة، حيث  $z_1$  هو الحلّ الذي جزؤه الحقيقي موجب.
2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.  
 $A, B$  و  $C$  النقاط التي لواحقها على الترتيب  $z_1, z_2$  و  $z_3$  حيث  $z_3 = 3 - 2i$ .  
(أ) عيّن لاحقة النقطة  $I$  منتصف القطعة  $[BC]$ .  
(ب) أكتب على الشكل المتلثي العدد المركب  $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$  واستنتج:  
- أن  $C$  هي صورة  $B$  بتحويل نقطي يُطلب تعيين عناصره المميزة.  
- نوع المتلث  $ABC$ .  
(ج) عيّن لاحقة النقطة  $D$  نظيرة  $A$  بالنسبة إلى  $I$ .

التمرين الثاني (3,5 نقط)

لتكن  $(u_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$$

(أ) نضع  $u_n = v_n - 1$ ، بين أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية.

عبر عندئذ عن  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(ب) احسب المجموعين:  $\sum_{p=0}^{p=10} u_p$  و  $\sum_{p=0}^{p=10} v_p$ .

التمرين الثالث (05 نقط)

- زهرة نرد مزورة أوجهها تحمل الأرقام 1، 2، 3، 4، 5، 6 بحيث احتمال ظهور هذه الأوجه هي  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$  وهي متناسبة على الترتيب مع الأعداد 1، 2، 3، 4، 5، 6 على الترتيب.
1. عيّن قانون الاحتمال المرفق بهذه التجربة.
  2. نرمي زهرة النرد هذه ونعتبر الحوادث:  
 $A$ : "الوجه الظاهر يحمل رقما زوجيا" ؛  $B$ : "الوجه الظاهر يحمل رقما أكبر من أو يساوي 3" ؛  
 $C$ : "الوجه الظاهر يحمل الرقم 3 أو 4".  
(أ) احسب احتمالات الحوادث  $A, B$  و  $C$ .  
(ب) احسب الاحتمال الشرطي  $P_A(B)$ .
  3. هل الحادثتان  $A$  و  $B$  مستقلتان ؟ وهل  $A$  و  $C$  مستقلتان ؟
  4. ما هو احتمال أن نحصل على الرقم 6 مرّة على الأقل ؟

**التمرين الرابع (06,5 نقط)**

الدالة العددية  $f$  معرفة على المجال  $I$  حيث  $I = ]-2; +\infty[$  كما يلي:

$$f(x) = 1 + x \ln(x+2)$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ) أحسب  $f'(x)$  و  $f''(x)$  من أجل كل عدد من  $I$ .

ب) عيّن إشارة  $f''(x)$  ثم استنتج وجود عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من المجال  $[-0,6; -0,5]$  بحيث

$$f'(\alpha) = 0.$$

2. أدرس تغيّرات الدالة  $f$ .

3. بيّن أنّ  $f(\alpha) = \frac{\alpha + 2 - \alpha^2}{\alpha + 2}$  ثم استنتج حصر  $f(\alpha)$ .

4.  $M_0$  نقطة من (C) فاصلتها  $x_0$  و  $(T_{x_0})$  المماس للمنحني (C) في  $M_0$ .

أ) بيّن أنّ  $(T_{x_0})$  يمرّ بالمبدأ  $O$  إذا وفقط إذا كان  $f(x_0) = x_0 f'(x_0)$ .

ب) استنتج وجود مماسين  $(T_a)$  و  $(T_b)$  يمرّان بالمبدأ  $O$ . عيّن العددين  $a$  و  $b$ .

5. أرسم المماسين  $(T_a)$  و  $(T_b)$  ثم المنحني (C).

## الحلّ النموذجي وسلّم التنقيط

### التمرين الأول (05 نقط)

1. حلّ المعادلة:  $\Delta = (3+i)^2$  ،  $z_1 = 2+i$  و  $z_2 = -1$  ..... 1
2. أ)  $z_1 = 1-i$  ..... 0,5
- ب)  $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1} = i = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$  ..... 1
- من  $z_3 - z_1 = i(z_2 - z_1)$  نستنتج أنّ  $C$  هي صورة  $B$  بالدوران  $r\left(A; \frac{\pi}{2}\right)$  ..... 0,75
- ومنه  $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\pi}{2}$  و  $AB = AC$  : المثلث  $ABC$  قائم ومتقايس الساقين ..... 0,5
- ج)  $z_D = -z_A + 2z_1 = -3i$  ..... 0,75
- الرباعي  $ABCD$  مربع:
- (قطراه متناصفان وفيه زاوية قائمة وضلعان متتاليان متقايسان) ..... 0,25

### التمرين الثاني (3,5 نقط)

- أ) إثبات أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية ..... 0,5
- تعيين عبارتي  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  ..... 0,5+0,5
- ب) حساب المجموعين  $\sum_{p=0}^{p=10} v_p$  و  $\sum_{p=0}^{p=10} u_p$  ..... 1+1

### التمرين الثالث (05 نقط)

1. قانون الاحتمال:  $\frac{p_1}{1} = \frac{p_2}{2} = \frac{p_3}{3} = \frac{p_4}{4} = \frac{p_5}{5} = \frac{p_6}{6} = \frac{1}{21}$  حيث  $\sum_{i=1}^6 p_i = 1$

$k$	1	2	3	4	5	6
$p_k$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$

2. أ)  $\left\{ \begin{array}{l} p(A) = p_2 + p_4 + p_6 = \frac{4}{7} \\ p(B) = p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = \frac{6}{7} \\ p(C) = p_3 + p_4 = \frac{1}{3} \end{array} \right.$  ..... 3×0,5
- ب)  $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{5}{6}$  ..... 0,5
3.  $p(A \cap B) = \frac{10}{21}$  و  $p(A) \cdot p(B) = \frac{24}{49}$  ..... 0,75
- $p(A \cap C) = \frac{4}{21}$  و  $p(A) \cdot p(C) = \frac{4}{21}$  ..... 0,75
4. احتمال أن نحصل على 6 مرة على الأقل:

$$0,5 \dots\dots\dots p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \left(\frac{5}{7}\right)^6 = 0,867$$

### التمرين الرابع (06,5 نقط)

$$2 \times 0,5 \dots\dots\dots f''(x) = \frac{x+4}{(x+2)^2} ; f'(x) = \ln(x+2) + \frac{x}{x+2} \quad (1)$$

ب)  $f''(x)$  موجب تماماً، لأن  $x > -2$  ومنه  $f'$  متزايدة تماماً على المجال  $I$  ..... 0,25

$$0,5 \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} \text{لدينا } f'(-0,6) = -0,09 \text{ و } f'(-0,5) = 0,072 \\ \text{وحسب نظرية القيم المتوسطة،} \\ \text{يوجد عدد وحيد } \alpha \text{ من المجال } [-0,6; -0,5] \text{ بحيث } f'(\alpha) = 0 \end{array} \right.$$

2. تغيّرات  $f$  :

$$2 \times 0,5 \dots\dots\dots \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$$

جدول التغيّرات:

$$0,75 \dots\dots\dots$$

$x$	$-2$	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$ $0$ $+$	
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

$$0,5 \dots\dots\dots 0,026 < f(\alpha) < 0,89 \text{ و } f(\alpha) = \frac{\alpha + 2 - \alpha^2}{\alpha + 2} \quad 3.$$

$$0,5 \dots\dots\dots f(x_0) = x_0 f'(x_0) \text{ إذا كان فقط إذا وبالمبدأ إذا وبفقط إذا كان } \quad 4. (أ)$$

$$0,5 \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} 1 + x_0 \ln(x_0 + 2) = x_0 \ln(x_0 + 2) + \frac{x_0^2}{x_0 + 2} \quad (ب) \end{array} \right.$$

$$2 \times 0,25 \dots\dots T_{-1} : y = -x \text{ و } T_2 : y = \left( \ln 4 + \frac{1}{2} \right) x \text{ ومنه معادلنا المماسين : } a = 2 \text{ و } b = -1 \text{ ومنه } x_0^2 - x_0 - 2 = 0 \text{ ونجد : } x_0 = 2 \text{ أو } x_0 = -1$$

5. الرسم

$I$  .....

