

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

نموذج اختبار في مادة الرياضيات

الشعبة : تقني رياضي

المدة : 04 ساعات

المعامل : 06

التمرين الأول (04 نقاط)

1- أ- عين العدد الحقيقي α بحيث : $(\alpha + i)^2 = 8 + 6i$

ب- حل , في \mathbb{C} , المعادلة ذات المجهول Z التالية :

$$Z^2 + (1 + 3i)Z - 4 = 0 \quad (\text{ نرسم للحلين بـ : } Z_1 , Z_2 \text{ , علما أن : } |Z_1| > |Z_2|) .$$

ج- أكتب على الشكل المثلثي و الأسّي كلا من Z_1 , Z_2 .

2- المستوي (π) منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

لتكن $C ; B ; A$ النقط التي لواحقها على الترتيب : $Z_0 = 2i$, Z_1 , Z_2 .

أ- أنشئ $C ; B ; A$.

• حدد قياسا للزاوية $(\overline{CA}, \overline{CB})$. ما طبيعة المثلث ABC ؟

ب- S التشابه المباشر لـ (π) في (π) الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحة Z النقطة \hat{M} ذات اللاحة \hat{Z} حيث :

$$\hat{Z} = \frac{1}{2}(1 + i)(Z + 2)$$

• عين مركز وزاوية التشابه S .

• عين صورة الدائرة المحيطة بالمثلث ABC بواسطة S .

التمرين الثاني (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln x)$

الجزء الأول :

1- عين مجموعة التعريف (D_f) للدالة f .

2- أحسب نهايات الدالة f عند حدود (D_f) .

$$\text{لاحظ أن : } f(x) = \frac{1 + \ln x}{x} = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$$

3- أقم جدول تغيرات f , وأنشئ تمثيلها البياني (C_f) .

الجزء الثاني :

أ- عين النقاط $M_4 ; M_3 ; M_2 ; M_1$ من المنحنى C التي فواصلها على الترتيب : $x_4 ; x_3 ; x_2 ; x_1$ علما أن :

- M_1 هي نقطة تقاطع (C_f) مع محور الفواصل .

- M_2 النقطة التي يكون المماس لـ (C_f) عندها يشمل المبدأ O .

- M_3 المماس لـ (C_f) عندها يوازي محور الفواصل .

- M_4 : x_4 تنعدم عندها المشتقة الثانية .

ب- تحقق أن الأعداد $x_1 ; x_2 ; x_3 ; x_4$ هي بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية يطلب تحديد أساسها .

التمرين الثالث (04 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

نعتبر النقط $A(7;12)$ ، $B(7;0)$ و $C(0;12)$.

1- أ- عين النقط ذات الإحداثيات الصحيحة النسبية ، التي تنتمي إلى المستقيم (OA) .

ب- استنتج النقط ذات الإحداثيات الصحيحة النسبية التي تنتمي إلى $[OA]$.

2- أ- حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلتين : $12x - 7y = 1$ و $12x - 7y = -1$.

ب- بين أنه توجد داخل المستطيل $ABOC$ نقطتان I و J إحداثياتهما أعداد صحيحة نسبية بحيث تكون المسافة بين كل منهما والمستقيم (OA) أصغر ما يمكن .

3- تحقق أن الرباعي $OIAJ$ هو متوازي أضلاع وأحسب مساحته .

التمرين الرابع (03 نقاط)

(u_n) و (v_n) متتاليتان حيث: $u_0 = 9$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ و $v_n = u_n + 6$.

1. أثبت أن (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة.

2. احسب المجموع $S_n = \sum_{i=0}^n v_i$ ثم المجموع $S'_n = \sum_{i=0}^n u_i$. عين نهاية كل من S_n و S'_n .

التمرين الخامس (04 نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وعلى ثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل عملية سحب لكرتين بالقيمة المطلقة لفرق الرقمين المحصل عليهما .

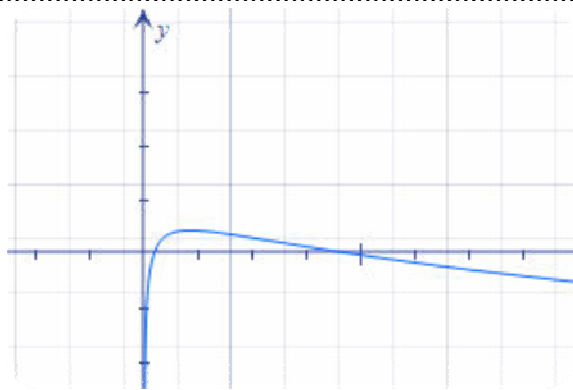
1- أ- حدد القيم التي يأخذها X .

ب- عين قانون احتمال X

ج- أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

2- أحسب احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس الرقم علما أنهما مختلفتي اللون..

0.5 $(\sqrt{3} - i)^2 = 2 - 2\sqrt{3}i$ -1
0.5 $Z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$, $Z_1 = i$: الحلان هما -2
0.5 $Z_2 = \left[1, \frac{\pi}{6}\right]$, $Z_1 = \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$ ب-
0.5 $Z_2^{6n} = -1$, $Z_1^{6n} = -1$ لأن n فردي \rightarrow
0.5 $Z_1 + Z_2 + 2 = 0$
0.5 لدينا : $\omega M_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $\omega M_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ -3
0.5 ومنه : $\frac{\omega M_2}{\omega M_1} = 2$
0.5 $(\omega M_1 ; \omega M_2) = \frac{\pi}{3}$
04	المجموع

0.5 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, $D_f =]0 ; +\infty[$ -1												
0.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ومنه $x = 0$ م مستقيم مقارب لـ (C) -2												
0.5 $f'(x) = \frac{1}{3}(3 - 2\ln x)$ -3												
0.5 $x = e^{\frac{3}{2}} = e\sqrt{e}$ معناه $3 - 2\ln x = 0$ -4												
0.5 $0 < x < e\sqrt{e}$ معناه $3 - 2\ln x > 0$												
0.5 إشارة $f''(x)$												
0.5	-5 جدول تغيرات f :												
0.5	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$e\sqrt{e}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{9}{4}$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	0	$e\sqrt{e}$	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	$f(x)$	$-\infty$	$\frac{9}{4}$	$-\infty$
x	0	$e\sqrt{e}$	$+\infty$										
$f'(x)$		+	-										
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{9}{4}$	$-\infty$										
0.5 $f(x) = 0$ معناه : $\ln x \cdot [3 - \ln x] = 0$ ومنه : $x = e^3$ أو $x = 1$ -6												
0.5 التفسير الهندسي : (C) يقطع حامل محاور الفواصل في نقطتين $M_2(e^3, 0)$, $M_1(1, 0)$												
0.5	-7 الرسم:												
0.5													
06	المجموع												

التمرين الثالث (04 نقط)

0.5	1- أ- $A \in (\Delta)$ (بالتعويض المباشر)
0.5	ب- $\vec{U} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ شعاع توجيه لـ (Δ) إذن \vec{U} شعاع ناظم لـ (Q)
0.25	ومنه : $(Q) : x + y + \lambda = 0$
0.25	بما أن : $A \in (Q)$ إذن : $\lambda = -1$
0.25	وعليه : $(Q) : x + y - 1 = 0$
0.25 $\begin{cases} x = \alpha - 1 \\ y = \alpha + 1 \\ z = 2 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$ معناه : يوجد $\alpha \in \mathbb{R}$ بحيث : $B(x, y, z) \in (Q) \cap (\Delta)$
0.25	ومنه $\alpha = -1$
0.5	إذن : $B \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2 \right)$ هي نقطة التقاطع
1	ج- المسافة بين A و (Δ) هي $AB = \frac{\sqrt{6}}{2}$
	2- $(\pi) : x - y - z + 4 = 0$
04	المجموع

التمرين الرابع (03 نقط):

1. إثبات أن (v_n) هندسية ذات حدود موجبة 1
2. حساب S_n و S'_n وتعيين نهايتهما $4 \times 0,5$

التمرين الخامس (04 نقط)

0.25	1- عدد اللجان الممكنة هو $C_{16}^3 = 560$
0.5	2- أ- $P(E) = \frac{C_{10}^3 + C_4^3}{C_{16}^3} = \frac{1}{4}$
0.5	ب- $P(F) = 1 - P(E) = \frac{3}{4}$
0.25	3- احتمال أن تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا وأن لا يتواجد A و B بها في نفس الوقت :
0.25	G " تتضمن الخلية A و B في نفس الوقت "
0.25	الاحتمال المطلوب هو : $P(F \cap \bar{G})$
0.5	نعلم أن : $F = (F \cap G) \cup (F \cap \bar{G})$
0.5	$(F \cap G)$ و $(F \cap \bar{G})$ غير متلائمين
0.5	$P(F) = (F \cap G) + (F \cap \bar{G})$
0.5	$P(F \cap \bar{G}) = P(F) - P(F \cap G)$
0.5	$= \frac{29}{40}$
04	المجموع