تصحيح الموضوع الأول

تمرين 1 : (8نقط)

I) g دالة معرفةعلى $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-2\ln x - x e+1$

1. $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to 0} g(x)=+\infty$ 1

2. $g'(x)=-\frac{2}{x}-e<0$ و منه الدالة g متناقصة تماما 0.5

3. الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على $[0.5\,;1]$ ، $g(0,5)=1,02$ ، $g(1)=-1,7$ ومنه $g(0,5)\times g(1)<0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0.5\,;1]$ 0.5

حصرا لـ α سعته 0.1 هو $0,6<\alpha<0,7$ 0.5

0.5...

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x+xe}{x^2}$

1. $\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ 1

2. $f'(x)=\frac{-2\ln x-x-1}{x^3}$ و منه : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

في المجال $]0\,;\alpha]$ الدالة f متزايدة تماما 1.5

في المجال $[\alpha;+\infty[$ الدالة f متناقصة تماما .

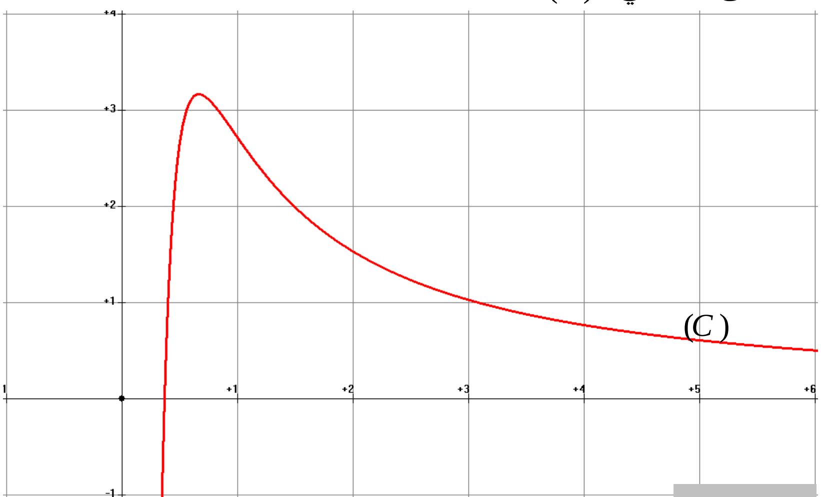
3. جدول تغيرات الدالة f 0.5

x	0		α		+∞
f'(x)		$+$	0	$-$	
f(x)	-∞	↗	$f(\alpha)$	↘	0

4. $f(\alpha)=\frac{\ln\alpha+\alpha e}{\alpha^2}=\frac{1+\alpha e}{2\alpha^2}$ لأن $g(\alpha)=0$

. حصرا لـ $f(\alpha)$: $2,67<f(\alpha)<4,01$ 1.5

5. أنشئ المنحنى (C) 0.5



تمرين 2: (4.5 نقط)

في المجموعة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ حيث : $P(z)=z^4-6z^3+24z^2-18z+63$

1. $P(i\sqrt{3})=0$ و $P(-i\sqrt{3})=0$ 0.5

2. $P(z)=(z^2+3)\,(z^2-6z+21)$ 0.5

3. حلول المعادلة $z^2+3=0$ هي $i\sqrt{3}$ و $-i\sqrt{3}$ 0,5

حلول المعادلة $z^2-6z+21=0$ هما $3+2i\sqrt{3}$ و $3-2i\sqrt{3}$ لأن $\Delta'=-12=(2\sqrt{3}i)^2$ 0,5

4. إنشاء النقط D,C,B,A التي لواحقها $z_A=i\sqrt{3}$ ، $z_B=-i\sqrt{3}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ ، $z_D=\overline{z_C}$ 0.5

أ) $z_G=\frac{z_c+z_D}{2}=3$ 0.5

ب) بما أن $AG=BG=CG=DG=2\sqrt{3}$ فإن النقط D,C,B,A تنتمي إلى دائرة مركزها G ونصف قطرها $2\sqrt{3}$ 0.5

ج) $z_E=-z_D$. ومنه $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=\left[1\,;\,\frac{\pi}{3}\right]=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ 0.5

ومنه المثلث BEC متقايس الأضلاع.. 0.5

تمرين 3: (4.5 نقط)

1) $\vec{n}_1(-2;1;1)$ شعاع ناظمي لـ (P_1) و $\vec{n}_2(1;-2;4)$ شعاع ناظمي لـ (P_2) .

و بما أن $\vec{n}_1.\vec{n}_2=0$ فإن (P_1) و (P_2) متعامدان... 0.5

2). (D) تقاطع (P_1) و (P_2) . لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من (D) ، فهي تحقق الجملة $\begin{cases}-2x+y+z-6=0\\x-2y+4z-9=0\end{cases}$

ومنه $\begin{cases}y=2x-z+6\\x=2y-4z+9\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}y=3z-8\\x=2y-4z+9\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}y=3z-8\\x=2z-7\end{cases}$ و بوضع $z=t$

يكون (D) له تمثيل وسيطي من الشكل : $x=-7+2t$ ، $y=-8+3t$ ، $z=t$ $(t\in\mathbb{R})$ 0.75

3) أ) $A\notin(P_1)$ و $A\notin(P_2)$ لأن الإحداثيات لا تحقق المعادلة 0.5

ب) $AM^2=(x+9)^2+(y+4)^2+(y+1)^2$ ومنه $AM^2=14t^2-14t+21=7f(t)$ 0.75

ج) تغيرات الدالة f 0.75

في المجال $]-\infty\,;0,5]$ الدالة f متناقصة تماما و في المجال $[0,5;+\infty[$ الدالة f متزايدة تماما و $f(0,5)=2,5$

تكون AM أقل مايمكن عندما $t=0,5$ تكون عندها $I(-6;-\frac{13}{2};\frac{1}{2})$ 0.25

د) (Q) المستوي العمودي على (D) ومنه $\vec{n}(2;3;1)$ شعاع ناظمي له و تكون معادلة (Q) من الشكل :

$2x+3y+z+d=0$ و بما أن $A\in(Q)$ فإن $d=31$ 0.5

هـ) $\overrightarrow{IA}(-3;\frac{5}{2};-\frac{3}{2})$ ومنه $\overrightarrow{IA}.\vec{n}=0$ ومنه $\overrightarrow{IA}\perp\vec{n}$

و بما أن النقطة $I\in(D)$ فإن I هي المسقط العمودي للنقطة A على (D) 0.5

تمرين 4: (3نقط)

1) خطأ لأن $V_0=28$ و $V_{n+1}=\frac{1}{2}V_n$ المتتالية (V_n) هندسية متناقصة. 1

2) صحيح لأن $V_n=28\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $U_n=\frac{1}{4}V_n+2n-6=7\left(\frac{1}{2}\right)^n+2n-6$ 0.5

3) صحيح لأن (U_n) هي مجموع متتاليتين حسابية $a_n=2n-6$ و هندسية $b_n=7\left(\frac{1}{2}\right)^n$. 0.5

4) صحيح لأن $S_n=\sum_{k=0}^{n}a_k+\sum_{k=0}^{n}b_k=n^2-5n+8-\frac{7}{2^n}$ 0.5

5) صحيح لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{7}{2^n}=0$ ومنه $\lim_{x\to+\infty}S_n=\lim_{x\to+\infty}(n^2-5n+8-\frac{7}{2^n})=+\infty$ 0.5