الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — دورة : ماي 2010

ثانوية الشهيد محمد بوعيسي – **الشلف**- — امتحان بكالوريا التعليم الثانوي(تجريبي)

اختبار في مادة : الرياضيات — الشعبة:علوم تجريبية — المدة : 3ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(3,5نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، ولتكن النقط : $A\left(1,2,-1\right)$ ، $B\left(1,1,0\right)$ ، $C\left(9,-1,-2\right)$ ، $S\left(1,1,1\right)$ ، ومعادلة للمستوي $\left(ABC\right)$ هي : $x+2y+2z-3=0$

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة فقط، اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

1) تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(AB\right)$ هو:

(أ) $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \quad , \; t\in\mathbb{R} \\ z=-1+3t \end{cases}$ (ب) $\begin{cases} x=1 \\ y=-1-t \quad , \; t\in\mathbb{R} \\ z=3+t \end{cases}$ (ج) $\begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \quad , \; t\in\mathbb{R} \\ z=2t \end{cases}$

2)إحداثيات النقطة S' نظيرة النقطة S بالنسبة للمستوي $\left(ABC\right)$هي :

(أ) $\left(\frac{10}{9},\frac{11}{9},\frac{10}{9}\right)$ (ب) $\left(\frac{5}{9},\frac{1}{9},\frac{1}{9}\right)$ (ج) $\left(\frac{7}{9},\frac{5}{9},\frac{5}{9}\right)$

3) المثلث ABC :

(أ) متساوي الساقين (ب) قائم في A (ج) قائم في B

4) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=9$ هي :

(أ) مستوي يشمل S (ب) سطح كرة يشمل S (ج) سطح كرة مركزها S

التمرين الثاني:(5نقاط)

الجزء الأول

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: (1)........$z^3-\left(4+i\right)z^2+\left(13+4i\right)z-13i=0$

1) أثبت أن العدد المركب i حلا للمعادلة (1)

2) أوجد الأعداد الحقيقية : a ، b ، c بحيث:

$$z^3-\left(4+i\right)z^2+\left(13+4i\right)z-13i=\left(z-i\right)\left(az^2+bz+c\right)$$

3) أستنتج حلول المعادلة (1)

الجزء الثاني

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط: A ، B ، C

التي لواحقها: $z_A=i$ ، $z_B=2+3i$ ، $z_C=2-3i$

1) ليكن R الدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ، أوجد لاحقة النقطة A' صورة A بهذا الدوران

2) أثبت أن النقط : A ، B ، C ليست على استقامة واحدة ، ثم أوجد العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه B ويحول C إلى $A^{/}$

<u>التمرين الثالث:</u>(5نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$ و $u_{n+1}=1-\dfrac{4}{u_n+3}$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n\leq 0$

2) أدرس رتابة المتتالية (u_n)، وأستنتج أن (u_n) متقاربة

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{1}{u_n+1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية ، يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

ب) أحسب v_n ثم u_n بدلالة n ج) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$

4) نضع $S_n=\dfrac{1}{n^2}(v_0+v_1+....+v_n)$ ، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

أن : $\left|S_n-\dfrac{1}{4}\right|<\dfrac{3}{n}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}S_n$

<u>التمرين الرابع:</u>(6,5 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+1+e^{-x}$

نرمز بـ : (c_g) لمنحنى الدالة g و بـ: $(c_{\ln})$ لمنحنى الدالة " اللوغاريتم النيبيري"

1 - أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) أحسب $f^{/}(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

أستنتج إشارة $f(x)$

2 ـ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln\left(x+1+e^{-x}\right)$

أ) أدرس تغيرات الدالة g

ب) ـ بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(g(x)+x\right)=0$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ـ بين أن : $g(x)+x<0$ من أجل كل x من المجال $]-\infty,-1[$

ـ بين أن : $0<g(x)-\ln x\leq\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$ من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، ثم

أستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}(g(x)-\ln x)$ ، فسر النتيجة بيانيا

ـ ليكن (Δ) مماس (c_g) في النقطة ذات الفاصلة : 2- ، أكتب معادلة لـ (Δ)

ـ أنشئ (c_g) و $(c_{\ln})$ و (Δ) في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

ـ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $x+1+e^{-x}\left(1-e^{m}\right)=0$

3) نعتبر المعادلة التفاضلية : $y^{/}+y=x+2$ ، تأكد أن الدالة f حلا خاصا لهذه المعادلة التفاضلية

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(6نقاط)

f دالة معرفة على المجال $[0,2]$ بـ: $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$

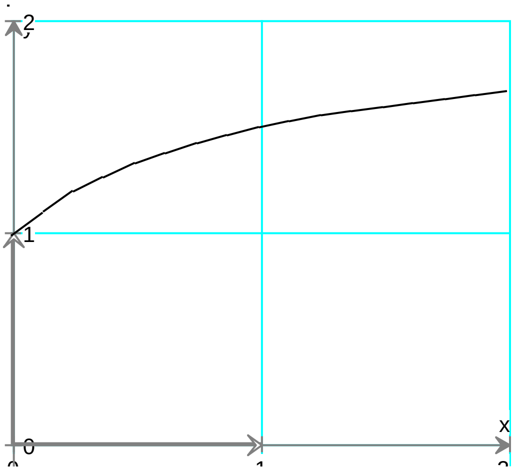
1) - أ) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0,2]$

- ب) أثبت أنه إذا كان $x\in[1,2]$ فإن $f(x)\in[1,2]$

2) - (u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

$v_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1}=f(v_n)$



أ) المنحنى المقابل هو منحنى الدالة f في المجال $[0,2]$

- أنشئ على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى لكل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

- أعط تخمينا حول اتجاه تغير كل من (u_n) و (v_n) وتقاربهما

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن $1\le v_n\le 2$ و $v_{n+1}\le v_n$

وكذلك $1\le u_n\le 2$ و $u_n\le u_{n+1}$

ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{v_n-u_n}{(v_n+1)(u_n+1)}$

أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n-u_n\ge 0$ و $(v_{n+1}-u_{n+1})\le\frac{1}{4}(v_n-u_n)$

د) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n-u_n\le\left(\frac{1}{4}\right)^n$

هـ) أثبت أن (u_n) و (v_n) يتقاربان من نفس العدد α، ثم أوجد القيمة المضبوطة لـ α

التمرين الثاني:(3,5 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$، z عدد مركب، $\bar{z}$ يرمز إلى مرافق z

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة فقط، اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

1) حل المعادلة : $2z+\bar{z}=9i$ هو : (أ) 3 (ب) $9i$ (ج) $13+i$

2) $|z+i|=$ (أ) $|z|+1$ (ب) $|z-1|$ (ج) $|i\bar{z}+1|$

3) إذا كانت $Arg(z)=\theta$ فإن $Arg\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{\bar{z}}\right)$ هي :

(أ) $-\frac{\pi}{3}+\theta$ (ب) $\frac{2\pi}{3}+\theta$ (ج) $\frac{2\pi}{3}-\theta$

4) n عدد طبيعي ، يكون العدد المركب : $\left(\sqrt{3}+i\right)^n$ تخيليا صرفا إذا وفقط إذا كان:

(أ) $n=3$ (ب) $n=6k+3,k\in\mathbb{N}$ (ج) $n=6k,k\in\mathbb{N}$

5) A و B نقطتان لاحقتاهما : $z_A = i$ و $z_B = -1$

مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $|z-i| = |z+1|$ هي : (أ) المستقيم (AB)

(ب) الدائرة ذات القطر $[AB]$ (ج) المستقيم العمودي على (AB) والمار بالمبدأ o

<u>التمرين الثالث:</u>(4نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

لتكن النقط $C(3,-1,2), B(1,2,1), A(1,1,0)$

1)أ) أثبت أن النقط: A، B ، C تعين مستويا، ثم بين أن: $2x+y-z-3=0$ معادلة للمستوي (ABC)

2) ليكن المستويان (P) و (P') حيث: $(P): x+2y-z-4=0$ ، $(P'): 2x+3y-2z-5=0$

أثبت أن تقاطع (P) و (P') هو مستقيم (Δ) تمثيلا وسيطيا له $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 3 \quad ,t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

3) حدد تقاطع المستويات الثلاثة: (ABC) و (P) و (P') ثم أوجد بعد النقطة A عن المستقيم (Δ)

<u>التمرين الرابع:</u> (6,5 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ :

$f(0)=1$ و $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$ من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ ، وليكن (c_f) تمثيلها

البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 2cm)

<u>الجزء الأول</u>

1) أ) أحسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا ب)أحسب $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

2) أ) أدرس قابلية الاشتقاق لـ f عند0 ب) أثبت أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$

ثم أحسب $f'(x)$ على المجال $]0,+\infty[$ ،أستنتج إتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3)أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,+\infty[$ ،تحقق أن : $4,6 < \alpha < 4,7$

4) أ) أكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (c_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$: $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

أ) أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g' ، أستنتج إشارة $g'(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

ب)أدرس اتجاه تغيرا لدالة f ،أستنتج وضعية (c_f) بالنسبة إلى (D) ج)أحسب $f(6)$ ثم أنشئ (c_f) و (D)

<u>الجزء الثاني</u>

1) n عدد طبيعي غير معدوم ،نضع $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x dx$ ،باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب I_n بدلالة n

2) أستنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ : cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (c_f) والمماس (D)

والمستقيمين ذا المعادلتين : $x = \frac{1}{n}$ و $x = 1$ ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} A(n)$