الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية الشلف — ثانوية بلحاج قاسم نور الدين

امتحان البكالوريا التجريبي — الشعبة : علوم تجريبية — المدة : 3 ساعات و نصف

التاريخ : 03 ماي 2012 — السنة الدراسية : 2011 ـ 2012

اختبار في مادة الرياضيات

? على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

C الموضوع الأول

ÿ التمرين الأول : (04 نقاط)

E لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0=6$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n>4$.

ب) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . عين نهاية المتتالية (u_n).

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـ : $v_n=\ln(u_n-4)$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أحسب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=2\left(\frac{1}{4}\right)^n+4$.

ج) أحسب نهاية المتتالية (u_n).

د) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}u_k=u_0+u_1+...+u_n$.

ÿ التمرين الثاني : (04 نقاط)

E نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z المعرف بـ : $P(z)=z^3-z^2+3z+5$

1) بين أن العدد -1 حل للمعادلة $P(z)=0$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون :

. $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$

2) حل في المجموعة £ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-2z+5=0$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

3) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A,B وC لواحقها على الترتيب $z_A=-1, z_B=1+2i$ و $z_C=1-2i$

أ) علم النقط A,B وC.

ب) عين الطويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ج) ليكن S التحويل النقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$z'=e^{-i\frac{\pi}{2}}z-1-i$$

- عين طبيعة التحويل S و عناصره المميزة ثم بين أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتحويل S.

4) لتكن (C) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث M تختلف عن B و تختلف عن C بحيث يكون العدد $\frac{z_C-z}{z_B-z}$ تخيليا بحتا .

أ) بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (C)

ب) فسر هندسيا عمدة العدد المركب $\dfrac{z_C - z}{z_B - z}$ ثم عين طبيعة المجموعة (C) و عناصرها المميزة .

Ø التمرين الثالث : (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1;2;3), B(2;1;3)$ و $C(2;-2;0)$

1) بين أن النقط A, B و C تعين مستويا .

2) بين أن $x+y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

3) لتكن $D(2,0,2), E(-4;6;2)$ نقطتين من الفضاء . أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE).

4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث ، $x^2+y^2+z^2-2x-2y-8z+14=0$

أ) بين أن (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها R.

ب) بين أن المستقيم (DE) هو مماس لسطح الكرة (S).

ج) بين أن المستوي (ABC) يقطع (S) وفق دائرة يطلب تعيين نصف قطرها r.

Ø التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2\ln(x)+\dfrac{x-1}{x}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أحسب $g(1)$ ثم أستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(x-1)^2\ln(x)+x-1$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in]0;+\infty[$ ، $f'(x)=(x-1)\times g(x)+1$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي 1.

5) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

6) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المماس (T) . ماذا تستنتج بالنسبة الى النقطة $I(1;0)$؟

7) أ حسب $f(2);f(3)$ ثم أرسم (T) و (C_f).

C الموضوع الثاني

ÿ التمرين الأول : (03 نقاط)

? نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بــ : $u_0=0$ و $u_1=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n،

$$u_{n+2}=\frac{1}{3}u_{n+1}+\frac{2}{3}u_n$$

ونعرف المتتاليتين العدديتين (v_n) و (w_n) بـ : $v_n=u_{n+1}-u_n$ و $w_n=u_{n+1}+\frac{2}{3}u_n$.

? في كل ما يلي أجب بــ " صحيح " أو " خاطئ " مع التبرير

1) (v_n) متتالية هندسية .

2) (w_n) متتالية ثابتة .

3) من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n=\frac{3}{5}(w_n-v_n)$

4) (u_n)متتالية متباعدة .

ÿ التمرين الثاني : (05 نقاط)

? في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(2;1;3)$, $B(-3;-1;7)$ و $C(3;2;4)$

1) بين أن النقط A,B و C ليست في استقامية .

2) ليكن المستقيم (D) المعرف بــتمثيله الوسيطي $\begin{cases}x=-7+2t\\ y=-3t\\ z=4+t\end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$..

أ) بين أن المستقيم (D) يعامد المستوي (ABC).

ب) جد معادلة للمستوي (ABC).

3) لتكن H نقطة تقاطع المستوي (ABC) و المستقيم (D).

أ) بين أن النقطة H هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,-1),(C,2)\}$

ب) عين طبيعة(P) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{CB}=0$.

4) أدرس تقاطع المستوي (ABC) و المجموعة (P).

ÿ التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $4z^2-2z+1=0$.

2) ليكن Z عدد مركب حيث : $Z=\frac{1}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}$

أ) أكتب كلا من العددين Z و$\overline{Z}$ على الشكل المثلثي .

ب) نضع $L_k=\left(\frac{1}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^k-\left(\frac{1}{4}-i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^k$ حيث k عدد صحيح نسبي .

- بين أن $L_k = \frac{1}{2^{k-1}} i \sin\frac{k\pi}{3}$ ثم استنتج قيمة L_{2013}

3) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقطتين A,B ذات اللاحقتين $z_A = 2+2i\sqrt{3}$ و $z_B = 2-2i\sqrt{3}$ على الترتيب .

أ) علم النقطتين A,B.

ب) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R الذي مركزه النقطة A و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

ج) عين طبيعة المثلث ABC.

د) عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\left|z-2+2i\sqrt{3}\right| = \left|z-2-2i\sqrt{3}\right|$ ثم أرسمها .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = xe^x - e^x + 1$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجموعة $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x-2)e^x + x - 2$

نسمي $\left(C_f\right)$ المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$.

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4) أ)بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحني $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني $\left(C_f\right)$ بالنسبة الى (Δ).

ج) بين أن $I(0;-4)$ نقطة انعطاف للمنحني $\left(C_f\right)$.

د) بين أن المنحني $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) معامل توجيهه يساوي 1 أكتب معادلة ديكارتية له .

5) أرسم (Δ)، (T) و $\left(C_f\right)$.

6) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث يكون للمعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$(E) : (x-2)e^x - 2 + m = 0$ حلين مختلفين في الاشارة .

{ مع تمنياتنا لكم بالتوفيق و النجاح في البكالوريا جوان 2012

أساتذة المادة