التمرين الاول :

1) الاجابة بـ " صحيح " أو " خطئ" :

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$	ص ☐ خ ☐
2) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$	ص ☐ خ ☐
3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{g(x)}=0$	ص ☐ خ ☐
4) $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{g(x)}=0$	ص ☐ خ ☐
5) $g'(0)=2$	ص ☐ خ ☐
6) معادلة المماس (T) هي : $y=2x-1$	ص ☐ خ ☐

2) جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

3) لدينا : $g(x)=ax-(x^2+b)e^{-x}$

أ) حساب المشتقة $g'(x)$ بدلالة كل من العددين a و b :

$g'(x)=a-\left[2xe^{-x}-(x^2+b)e^{-x}\right]$ أي $g'(x)=a-(-x^2+2x-b)e^{-x}$

$g'(x)=a+(x^2-2x+b)e^{-x}$

ب) تعيين العددين a و b بحيث يكون معامل توجيه المماس للمنحني (C_g) في النقطة $A(0;-1)$ يساوي 2 :

أي أن : $g(0)=-1$ و $g'(0)=2$

☜لدينا : $g(0)=-1$ معناه $a\times(0)-\left((0)^2+b\right)e^{-(0)}=-1$

ومنه $-b=-1$ أي $b=1$

☜ولدينا : $g'(0)=2$ معناه $a+\left((0)^2-2(0)+b\right)e^{-(0)}=2$

ومنه $a+b=2$ و بالتالي $a=2-b=2-1=1$ اذن $a=1$

✍ أي أن : $g(x)=x-(x^2+1)e^{-x}$

التمرين الثاني :

I. لدينا : $k(x)=(-x+1)e^{x}-1$

1) تعيين اشارة الدالة k :

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$k(x)$	- 0 -

2) لستنتاج أن $k(x)\leq 0$ من أجل كل عدد حقيقي x :

3) من أجل $x\in\mathbb{R}$ لدينا : $k(x)\in]-\infty;0]$ ومنه $k(x)\leq 0$ من أجل كل عدد حقيقي x .

II. لدينا : $f(x)=(-x+2)(e^{x}+1)$

1) حساب النهايات :

☜ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(-x+2)(e^{x}+1)=+\infty$ لان $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}(-x+2)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(e^{x}+1)=1\\ \lim\limits_{x\to-\infty}e^{x}=0\end{cases}$

☜ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+2)(e^{x}+1)=-\infty$ لان $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+2)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(e^{x}+1)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}e^{x}=+\infty\end{cases}$

2) اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=k(x)$:

☜من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f'(x)=(-1)(e^{x}+1)+(-x+2)e^{x}=-e^{x}-1+(-x+2)e^{x}=(-1-x+2)e^{x}-1$$

أي $f'(x)=(-x+1)e^{x}-1=k(x)$ **وبالتالي** : من أجل كل عدد حقيقي x ،

$f'(x)=k(x)$

☜**استنتاج اتجاه تغير الدالة f :**

بما أن $f'(x)=k(x)$ **فان لشارة** $f'(x)$ **من نفس لشارة** $k(x)$.

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f'(x)$	- 0 -

ومنه الدالة f **متناقصة تماما على المجموعة** $\mathbb{R}$.

☜جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f'(x)$	- 0 -
$f(x)$	$+\infty$ ↘ **4** ↘ $-\infty$

3) **أ)** اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x)-(-x+2)=(-x+2)e^{x}$

☜من أجل $x\in\mathbb{R}$ لدينا :

$$f(x)-(-x+2)=(-x+2)(e^{x}+1)-(-x+2)=(-x+2)[e^{x}+1-1]=(-x+2)e^{x}$$

أي $f(x)-(-x+2)=(-x+2)e^{x}$.

ب) اثبات أن المستقيم $(\Delta):y=-x+2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$:

☜لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(-x+2)]=\lim\limits_{x\to-\infty}(-xe^{x}+2e^{x})=0$

لان : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x}=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}e^{x}=0\end{cases}$ ومنه المستقيم $(\Delta):y=-x+2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ج) دراسة الوضعية النسبية للمنحني (C_f) **بالنسبة الى** (Δ) :

☜ندرس لشارة الفرق $f(x)-y$

☜**لدينا :** $f(x)-y=(-x+2)e^{x}$

$f(x)-y=0$ معناه $-x+2=0$ أي $x=2$. (لان $e^{x}\neq0$)

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$-x+2$	+ 0 −
$f(x)-y$	+ 0 −
الوضعية النسبية	(C_f) فوق (Δ) (C_f) يقطع (Δ) (C_f) تحت (Δ)

4) **اثبات أن المنحني** (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -1 :

☜المنحني (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -1 معناه $f'(x)=-1$

أي : $(-x+1)e^{x}-1=-1$ ومنه $(-x+1)e^{x}=0$

وبالتالي $-x+1=0$ أي $x=1$

اذن المنحني (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -1 **في النقطة** $A(1;f(1))$

5) كتابة معادلة ديكارتية **للمماس** (T) **للمنحني** (C_f) **عند النقطة ذات الفاصلة 0 :**

$$y=f'(0)(x-0)+f(0)=0\times(x-0)+4=4$$

$(T):y=4$

☜**كتابة معادلة** ديكارتية للمماس (T') **للمنحني** (C_f) **عند النقطة ذات الفاصلة 1 :**

$$y=f'(1)(x-1)+f(1)=-1\times(x-1)+(e+1)=-x+e+2$$

$(T'):y=-x+e+2$

$f(x)=0$

$(-x+2)(e^x+1)=0$ $f(x)=0$

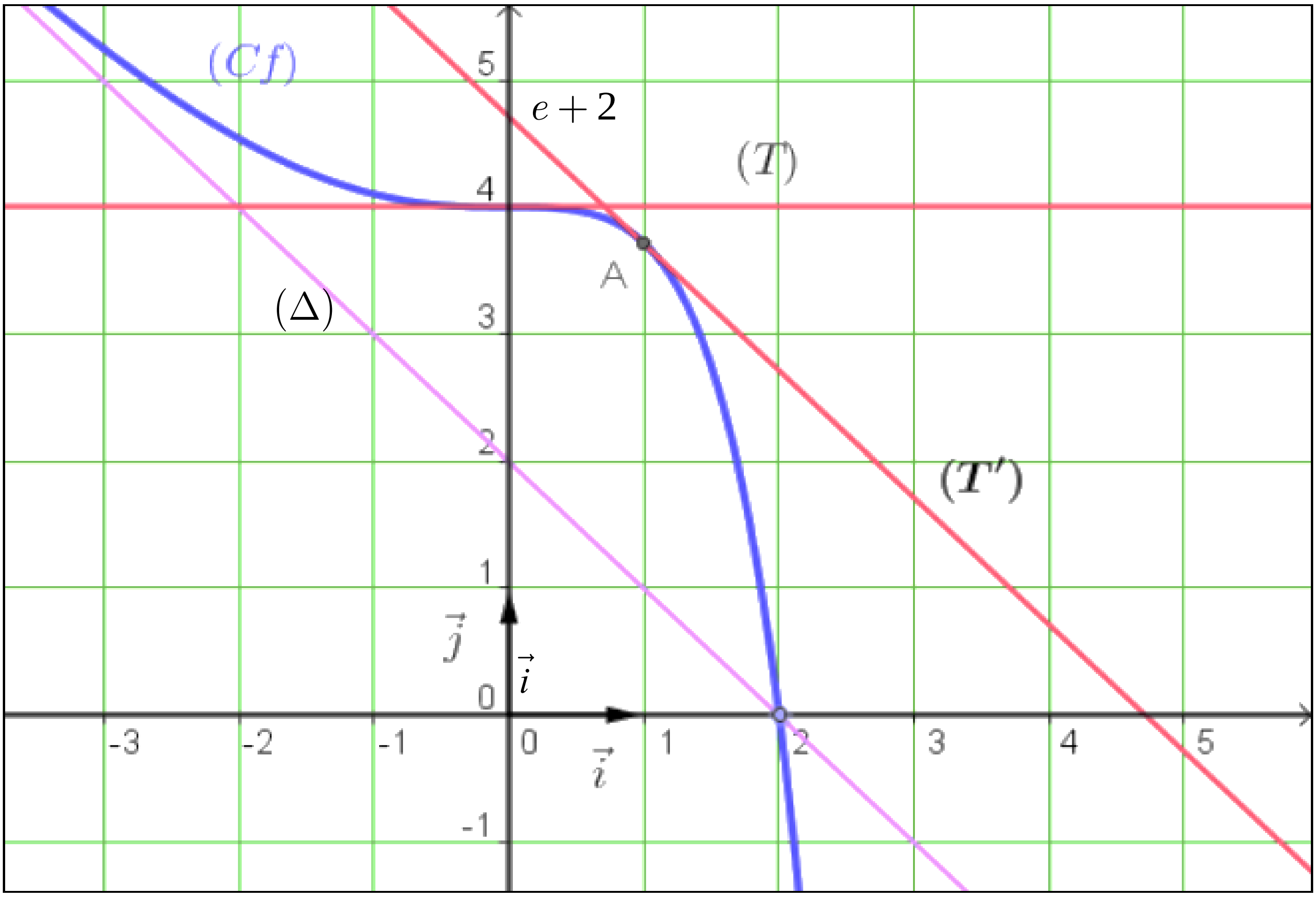
$x=2$ $-x+2=0$

$e^x>0$ $e^x=-1$ $e^x+1=0$

$\boxed{S=\{2\} \quad f(x)=0}$

$(x'x)$ $(\mathcal{C}_f)$

$B(2;0)$ $(\mathcal{C}_f)\cap(x'x)=\{B\}$



$f(x)=-x+m$

$(\mathcal{C}_f)$

(Δ) (T') $y=-x+m$

$m\in]-\infty;2]$

$m\in]2;4[$

$m=4$

$m\in]4;e+2[$

$x=1$ $m=e+2$

- **اذا كان** $m \in]e+2,+\infty[$ فان المعادلة ليس لها حل .

☜انتهى تصحيح الاختبار الاول – بالتوفيق في البكالوريا 2012 ❀☺