اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الاول :

☜ $P(z)$ كثير حدود معرف في المجموعة $\mathbb{C}$ بـــ : $P(z)=z^2+2\sqrt{3}\,z+4$

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2) أكتب حلي المعادلة على الشكل المثلثي .

3) في المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط B,A و C لاحقتها على الترتيب $z_A=2i\,, z_B=-\sqrt{3}+i$ و $z_C=-\sqrt{3}-i$.

أ) أكتب كلا من الأعداد z_A, z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب) علِّم النقط B,A و C ثم بين أنَّها تنتمي الى نفس الدائرة $(\mathcal{C})$ يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

4) نضع : $L=\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$

أ) بين أنَّ ، $L=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ثم أكتب العدد L على الشكل الأسي .

ب) فسر هندسيا الطويلة و عمدة العدد L ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج) أحسب مساحة المثلث ABC.

التمرين الثاني:

1) أ) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 6^{10} على 11 ثم عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 6^4 على 5 .

ب) استنتج أنَّ ، $6^{40}\equiv 1[11]$ و أنَّ $6^{40}\equiv 1[5]$.

ج) برهن أنَّ العدد $6^{40}-1$ يقبل القسمة على العدد 55.

2) y,x عددان صحيحان نسبيان .

أ) بين أن المعادلة $(E):\ 65x-40y=1$ ليس لها حل .

ب) بين أن المعادلة $(E'):\ 17x-40y=1$ تقبل على الاقل حلا . ثم عين حلا خاصا للمعادلة (E').

ج) حل المعادلة (E').

د) استنتج أنه يوجد عدد طبيعي وحيد x_1 أقل من 40 يحقق : $17x_1\equiv 1[40]$.

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي a إذا كان $a^{17}\equiv b[55]$ و $a^{40}\equiv 1[55]$ فان $b^{33}\equiv a[55]$

☜ **أقلب الصفحة**

التمرين الثالث:

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A\left(4;1;5\right)$, $B\left(-3;2;0\right)$، $C\left(1;3;6\right)$, $F\left(-7;0;4\right)$ و المستوي $\left(P\right)$ ذي المعادلة $x+2y-z-1=0$.

1) أ)بين أن النقط A,B و C تعين مستويا .

ب)بين أن هذا المستوي هو $\left(P\right)$.

ج) أحسب d المسافة بين النقطة F و المستوي $\left(P\right)$.

2) ليكن $\left(\Delta\right)$المستقيم العمودي على المستوي $\left(P\right)$ و المار من النقطة F.

أ) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(\Delta\right)$.

ب) عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة F على المستوي $\left(P\right)$.

ج) أحسب المسافة FH.

3) لتكن $\left(S\right)$ سطح الكرة ذات المركز F و نصف القطر 6.

أ) بين أن النقطة B تنتمي الى $\left(S\right)$.

ب) عين مركز و نصف قطر $\left(\mathcal{C}\right)$ دائرة تقاطع المستوي $\left(P\right)$ و سطح الكرة $\left(S\right)$.

التمرين الرابع:

f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]-2;+\infty\right[$ بـ : $f\left(x\right)=1+x\ln\left(x+2\right)$

$\left(\mathcal{C}_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) أحسب $f'\left(x\right)$ و $f''\left(x\right)$ من أجل كل عدد حقيقي x من I.

ب) عين اشارة $f''\left(x\right)$ ثمَّ أستنتج وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]-0.6;-0.5\right[$ حيث $f'\left(\alpha\right)=0$.

2) أدرس تغيرات الدالة f.

3) بيِّن أنَّ $f\left(\alpha\right)=\dfrac{\alpha+2-\alpha^2}{\alpha+2}$ ثمَّ استنتج حصرا لـ $f\left(\alpha\right)$.

4) M_0 نقطة من $\left(\mathcal{C}_f\right)$ فاصلتها x_0 و $\left(T_{x_0}\right)$ المماس للمنحني $\left(\mathcal{C}_f\right)$ في النقطة M_0.

أ) بين أن $\left(T_{x_0}\right)$ يمر من المبدأ O إذا وفقط إذا كان $f\left(x_0\right)=x_0\times f'\left(x_0\right)$.

ب) استنتج وجود مماسين $\left(T_a\right)$ و $\left(T_b\right)$ يمرَّان من المبدأ O . عيِّن a و b.

ج) أرسم المماسين $\left(T_a\right)$ و $\left(T_b\right)$ ثمَّ المنحني $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

بالتوفيق في البكالوريا 2012