البكالوريا التجريبي في مـادة الريـاضيـات

السنة الثالثة علوم تجريبية   المـدة : 03 سـاعات و 30 د

إختر أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (4pts):

لكل **سؤال** من الأسئلة التالية **جواب واحد صحيح** فقط. عين الجواب الصحيح **معللا إختيارك**.

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر (P) المستوي ذي المعادلة $x-2y+3z+5=0$ ، (Q) المستوي ذي التمثيل الوسيطي $(\alpha\in\mathbb{R},\beta\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-2+\alpha+2\beta\\ y=-\alpha-2\beta\\ z=-1-\alpha+3\beta\end{cases}$ ، (D) المستقيم ذي التمثيل الوسيطي $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-2+t\\ y=-t\\ z=-1-t\end{cases}$ ونعتبر النقطتين $A(-1,2,3)$ ، $B(1,-2,9)$.

1) تمثيل وسيطي للمستوي (P) هو :

أ) $\begin{cases}x=\alpha\\ y=1-2\alpha\\ z=-1+3\alpha\end{cases}$ ب) $\begin{cases}x=\alpha+2\beta\\ y=1-\alpha+\beta\\ z=-1-\alpha\end{cases}$ جـ) $\begin{cases}x=\alpha+\beta\\ y=1-\alpha-2\beta\\ z=1-\alpha-3\beta\end{cases}$ د) $\begin{cases}x=1+2\alpha+\beta\\ y=1-2\alpha+2\beta\\ z=-1-\beta\end{cases}$

2) أ) المستقيم (D) والمستوي (P) يتقاطعان في النقطة $C(-8,3,2)$.   ب) المستقيم (D) والمستوي (P) متعامدان.
جـ) المستقيم (D) مستقيم من المستوي (P).   د) المستقيم (D) والمستوي (P) متوازيان تماما.

3) أ) المستقيمان (AB) و (D) متعامدان.   ب) المستقيمان (AB) و (D) متوازيان.
جـ) المستقيمان (AB) و (D) متقاطعان.   د) المستقيمان (AB) و (D) متطابقان.

4) أ) المستويان (P) و (Q) متوازيان.
ب) المستويان (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم ذي التمثيل الوسيطي: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=t\\ y=-2-t\\ z=-3-t\end{cases}$.
جـ) النقطة $A(-1,2,3)$ تنتمي إلى تقاطع (P) و (Q).   د) المستويان (P) و (Q) متعامدان.

التمرين الثاني (6pts):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) g دالة معرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ : $g(x)=x+1-e^{x}$.
أدرس تغيرات الدالة g. استنتج أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)\le 0$

2) f دالة معرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ : $f(x)=(-2x^2-x+1)e^{-x}$. نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$. بملاحظة أن: $f(x)=\left(-2-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)x^2e^{-x}$ ، أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(2x^2-3x-2)e^{-x}$ ، عين إشارة $f'(x)$.
عين جدول تغيرات الدالة f

3) أ) عين معادلة لـ (T) مماس (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
ب) بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-(-2x+1)=(1-2x)g(x)e^{-x}$. استنتج وضعية (C) بالنسبة لـ (T).

4) أ) أدرس تقاطع (C) و محور الفواصل.
ب) أرسم (T) و (C) على المجال $[-1,+\infty[$.

5) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.
عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

التمرين الثالث (5pts):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

2) A ، B نقطتان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$. C منتصف القطعة $[OB]$ لاحقتها z_C.

أ) أكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي .

ب) أحسب OA ، OB ، AB . استنتج طبيعة المثلث OAB .

3) نسمي D صورة C بالدوران الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$. و نسمي E صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$.

أ) بين أن لاحقة النقطة E هي $z_E=\frac{1}{2}\left[1+(4-\sqrt{3})i\right]$.

ب) بين أن $OE=BE=\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

4) بين أن A ، C ، E في استقامية .

التمرين الرابع (5pts):

1) لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=x-x\ln x$.

أدرس تغيرات الدالة f .

2) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ $u_n=\frac{e^n}{n^n}$.

أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 ، u_5 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغيرها ونهايتها.

3) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=\ln(u_n)$.

أ) أثبت أن: $v_n=n-n\ln(n)$.

ب) باستعمال الدالة f ، أدرس إتجاه تغير (v_n) ثم استنتج أن (u_n) متناقصة.

جـ) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $0<u_n\le e$.

د) استنتج أن (u_n) متقاربة وعين نهايتها.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5pts):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2,0,1)$ ، $B(1,2,-1)$ ، $C(-2,2,2)$.

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$ ثم عين قيمة مقربة إلى الدرجة للزاوية $\widehat{BAC}$.

ب) استنتج أن النقط A ، B ، C تعين مستويا (P) حيث $\vec{n}(2,-1,2)$ شعاع ناظمي له . عين معادلة لـ (P) .

2) (P_1) و (P_2) المستويان ذا المعادلتين $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$ على الترتيب.

أ) بين أن (P_1) و (P_2) متقاطعين وفق مستقيم (Δ) حيث: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-2\\y=-1+3t\\z=t\end{cases}$ تمثيل وسيطي له.

ب) أدرس تقاطع (P) و (Δ).

3) (S) سطح الكرة ذي المركز $\Omega(1,-3,1)$ ونصف القطر 3.

أ) عين معادلة لـ (S) .

ب) أدرس تقاطع (S)و (Δ) .

جـ) بين أن (P)مماس لـ (S).

التمرين الثاني (6pts):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (نأخذ $\|\vec{i}\| = 2cm$)

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$

ولتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{\ln x}{x} + \dfrac{x^2 - 1}{2x}$. نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f .

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج أشارة $g(x)$.

2) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2x^2}$ ، استنتج عندئذ إشارة $f'(x)$.عين جدول تغيرات الدالة f.

4) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ معادلته $y = \dfrac{1}{2}x$. حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ).

5) أحسب $f(1)$. أنشئ (Δ) و (C).

6) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ حيث $F(1) = \dfrac{5}{4}$.

التمرين الثالث (5pts):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. نسمي I النقطة ذات اللاحقة $z_I = 1$.

1) A ، B نقطتان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $z_A = 1 - 2i$ ، $z_B = -2 + 2i$. الدائرة (C) ذات القطر $[AB]$.

عين z_Ω لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (C) وعين نصف قطرها.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D = \dfrac{3+9i}{4+2i}$. أكتب z_D على الشكل الجبري ثم بين أن D نقطة من (C).

3) E نقطة من (C) حيث $\left(\overrightarrow{\Omega I},\overrightarrow{\Omega E}\right) = \dfrac{\pi}{4}$.

عين طويلة $z_E + \dfrac{1}{2}$ وعمدة له. استنتج أن $z_E = \dfrac{5\sqrt{2}-2}{4} + \dfrac{5\sqrt{2}}{4}i$.

4) R التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث:

$z' + \dfrac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z + \dfrac{1}{2}\right)$.

أ) عين طبيعة التحويل R محددا عناصره المميزة .

ب) ما هي صورة النقطة F ذات اللاحقة $z_F = 2$ بالتحويل R.

التمرين الرابع (4pts):

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases}$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$.

ب) بين أن (u_n) متناقصة .

جـ) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها .

2) (w_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $w_n = \ln u_n$.

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = w_n - w_{n+1}$.

ب) نضع : $S = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$. بين أن $S = w_0 - w_{n+1}$. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S$.

تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا وعطلة سعيدة

تصحيح الموضوع الأول:

تصحيح التمرين الأول:

1)الجواب الصحيح هو $\boxed{\text{ب}}$ حيث

$\alpha+2\beta-2(1-\alpha+\beta)+3(-1-\alpha)+5=0$

2)الجواب الصحيح هو $\boxed{\text{جـ}}$ حيث

$-2+t-2(-t)+3(-1-t)+5=0$

3)الجواب الصحيح هو $\boxed{\text{أ}}$ حيث $\vec{u}\bullet\overrightarrow{AB}=$ $\vec{u}(1,-1,-1)$.

4)الجواب الصحيح هو $\boxed{\text{ب}}$ حيث $t-2(-2-t)+3(-3-t)+5=0$

و $\begin{cases} t=-2+\alpha+2\beta \\ -2-t=-\alpha-2\beta \\ -3-t=-1-\alpha+3\beta \end{cases}$ معناه $\begin{cases} \beta=-\dfrac{1}{5} \\ \alpha=\dfrac{12}{5}+t \end{cases}$.

تصحيح التمرين الثاني:

1) $g'(x)=1-e^x$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)\le 0$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

2)أ)لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

(C) يقبل مستقيم مقارب عند $+\infty$ معادلته $y=0$.

ب) $f'(x)=(-4x-1)e^{-x}-(-2x^2-x+1)e^{-x}=(2x^2-3x-2)e^{-x}$

$f(2)=-9e^{-2}$

معادلة المماس :

$y=-2x+1$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\sqrt{e}$	$\searrow$	$f(2)$	$\nearrow$	0

$f(x)-(-2x+1)=(-2x+1)(x+1)e^{-x}-(-2x+1)$

$=(-2x+1)\left[(x+1)e^{-x}-1\right]=(-2x+1)\left[(x+1)-e^{x}\right]e^{-x}$

$=(-2x+1)g(x)e^{-x}$

x	$-\infty$		0		$1/2$		$+\infty$
$-2x+1$		$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$-$	0	$-$		$-$	
$f(x)-(-2x+1)=$ $=(-2x+1)g(x)e^{-x}$		$-$	0	$-$	0	$+$	
الوضعية		(C) تحت (T)		(C) تحت (T)		(C) فوق (T)	

يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $\dfrac{1}{2}$ و -1

5) $F'(x)=\left[-ax^2+(2a-b)x+(b-c)\right]e^{-x}=f(x)$ ،

بالمطابقة نجد: $a=$ $b=$ $c=4$

تصحيح التمرين الثالث :

1) $\Delta=-4=(2i)^2$ ، حلي المعادلة: $\sqrt{3}-i$ ، $\sqrt{3}+i$

2)أ) $z_A=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_C=\dfrac{z_O+z_B}{2}=\dfrac{z_B}{2}=e^{i\frac{\pi}{6}}$

ب) $OA=OB=2$ ، $AB=|z_B-z_A|=|2i|=2$ ،

OAB مثلث متقايس الأضلاع.

3)أ) لدينا: $\begin{cases} OD=OC \\ \left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}\right)=-\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$ ، ومنه $\dfrac{z_D}{z_C}=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ أي $z_D=e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

ولدينا: $\overrightarrow{DE}=2\vec{j}$ ، ومنه $z_E-z_D=2i$ ، $z_E=\dfrac{1}{2}\left[1+(4-\sqrt{3})i\right]$.

ب) $OE=|z_E|=\dfrac{1}{2}\sqrt{20-8\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{4(5-2\sqrt{3})}=\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

$BE=|z_E-z_B|=\left|\dfrac{1}{2}(1-2\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})i\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{20-8\sqrt{3}}=\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

4) $OE=BE$ معناه: نقطة من محور $[OB]$ ، وبما أن المثلث متقايس الأضلاع فإن نقطة من محور $[OB]$، ولدينا منتصف $[OB]$، وبالتالي A ، C ، E في استقامية .

تصحيح التمرين الرابع:

1) $f'(x)=-\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

2) $u_1=e\approx 2,71$ ، $u_2=\dfrac{e^2}{4}\approx 1,85$ ، $u_3=\dfrac{e^3}{27}\approx 0,74$ ، $u_2=\dfrac{e^4}{256}\approx 0,21$ ، $u_5=\dfrac{e^5}{3125}\approx 0,05$ ، متناقصة ونهايتها 0.

3)أ) $v_n=\ln u_n=\ln\dfrac{e^n}{n^n}=\ln e^n-\ln n^n=n-n\ln n$.

ب) $v_n=f(n)$ و الدالة f متناقصة على المجال $[1,+\infty[$ وبالتالي (v_n) متناقصة. وبما أن $u_n=e^{v_n}$ والدالة الأسية متزايدة فإن إتجاه تغير (u_n) هو إتجاه تغير (v_n) أي (u_n) متناقصة.

جـ) بما أن (u_n) متناقصة فإن $u_n\le u_0=e$ ولدينا $e^n>0$ و $n^n>0$ وبالتالي $0<u_n$ أي $0<u_n\le e$.

د) (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة. ولدينا $\lim\limits_{n\to+\infty} f(n)=\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=-\infty$ أي $\lim\limits_{n\to+\infty}\ln u_n=-\infty$ وبالتالي $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$.

تصحيح الموضوع الثاني:

تصحيح التمرين الأول:

1) أ) $\overrightarrow{AB}(3,2,-2)$ ، $\overrightarrow{AC}(0,2,1)$ ، لدينا $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=2$.

$\widehat{BAC}=\dfrac{2}{\sqrt{17}\times\sqrt{5}}\approx$ $\widehat{BAC}\approx 77°$.

ب) لدينا $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\neq k\pi$ ومنه A ، B ، C ليست في استقامية.

و هي تعين مستويا (P) معادلته: $(P): 2x-y+2z+2=0$.

2) لدينا $\overrightarrow{n_1}(1,1,-3)$ شعاع ناظمي لـ (P_1) ، $\overrightarrow{n_2}(1,-2,6)$ شعاع ناظمي لـ (P_2) ، و بما أن $\overrightarrow{n_1}$ لا يوازي $\overrightarrow{n_2}$ فإن (P_1) و (P_2) متقاطعين

وبوضع $z=t$ يكون $\begin{cases}x+y-3t+3=0\\x-2y+6t=0\end{cases}$ ونجد $\begin{cases}x=-2\\y=-1+3t\\z=t\end{cases}$

ب) $2(-2)-(-1+3t)+2t+2=0$ معناه $t=-1$ ومنه (Δ) يقطع (P) في النقطة ذات الاحداثيات $(-2,-4,-1)$

3) أ) $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$

ب) $(-2-1)^2+(-1+3t+3)^2+(t-1)^2=9$ معناه $10t^2+10t+5=0$ ، $\Delta=-100<0$ ، إذن: $(S)\cap(\Delta)=\varnothing$

جـ) $d(\Omega,P)=\frac{|2+3+2+2|}{\sqrt{4+4+1}}=3=R$ ، إذن (P) مماس لـ(S) .

تصحيح التمرين الثاني:

1) $g'(x)=2x-\frac{2}{x}$

$=\frac{2x^2-2}{x}$ من

$=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$

أجل $g(x)>0 : x>0$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	4	↗ $+\infty$

2) $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ ، (C) يقبل م.م معادلته $x=0$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

3) $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}+\frac{4x^2-2x^2+2}{4x^2}=\frac{g(x)}{2x^2}>0$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

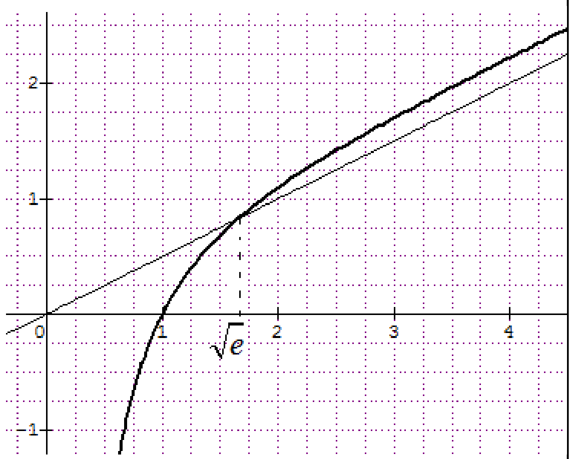
$$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{\ln x}{x}+\frac{x^2-1}{2x}-\frac12 x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{2x}\right]=0$$

(C) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=\frac12 x$

x	0	$\sqrt{e}$	$+\infty$
$f(x)-\frac12x=\frac{2\ln x-1}{2x}$	$-$	0	$+$
الوضعية	(C) تحت (Δ)		(C) فوق (Δ)

6) لدينا $f(x)=\frac1x\ln x+\frac x2-\frac{1}{2x}$ ومنه

$F(x)=\frac{(\ln x)^2}{2}+\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2}+k$ وبما أن $F(1)=\frac54$ نجد $k=1$



تصحيح التمرين الثالث:

1) $z_\Omega=\frac{z_A+z_B}{2}=\frac{-1}{2}$ ، نصف القطر: $\frac{AB}{2}=\frac{|z_B-z_A|}{2}=\frac52$

2) $z_D=\frac32+\frac32 i$ ، $\Omega D=|z_D-z_\Omega|=\frac52$ ومنه $D\in(C)$

3) $\Omega E=|z_E-z_\Omega|=\left|z_E+\frac12\right|=\frac52$ ، لأن E نقطة من (C).

$\left(\overrightarrow{\Omega I},\overrightarrow{\Omega E}\right)=\frac\pi4$ معناه $Arg\left(\frac{z_E-z_\Omega}{z_I-z_\Omega}\right)=\frac\pi4$ وبالتالي:

$Arg(z_E-z_\Omega)-Arg\left(1+\frac12\right)=\frac\pi4$ ومنه $Arg\left(z_E+\frac12\right)=\frac\pi4$

لأن $Arg\left(1+\frac12\right)=0$ إذن $z_E+\frac12=\frac52 e^{i\frac\pi4}=\frac52\left(\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{2} i\right)$

وبالتالي $z_E=\frac{5\sqrt2-2}{4}+\frac{5\sqrt2}{4}i$

4) لدينا $z'+\frac12=e^{i\frac\pi4}\left(z+\frac12\right)$ ومنه $\frac{z_{M'}-z_\Omega}{z_M-z_\Omega}=e^{i\frac\pi4}$ أي

$\begin{cases}\Omega M'=\Omega M\\(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'})=\frac\pi4\end{cases}$ ومنه R دوران زاويته $\frac\pi4$ ومركزه Ω .

ب) لاحقة صورة النقطة F بـ R هي z' حيث $z'+\frac12=e^{i\frac\pi4}\left(2+\frac12\right)$

أي $z'=\frac52e^{i\frac\pi4}-\frac12=z_E$ وبالتالي صورة النقطة F بـ R هي E .

تصحيح التمرين الرابع:

1) لدينا $u_0=1$ أي $u_0>0$ وبالتالي الخاصية صحيحة من أجل $n=0$. نفرض صحة هذه الخاصية من أجل $n\ge 0$ ونبرهن صحتها من أجل $n+1$ ، أي نفرض صحة $u_n>0$ ونبرهن صحة $u_{n+1}>0$

• لدينا $u_n>0$ و $e^{-u_n}>0$ و منه $u_ne^{-u_n}>0$ أي $u_{n+1}>0$ .....

• $u_{n+1}-u_n=u_ne^{u_n}-u_n=u_n(e^{u_n}-1)<0$ لأن $u_n>0$ معناه $e^{u_n}>1$ أي $e^{u_n}-1<0$ ، وبالتالي (u_n) متناقصة

• بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة.

لدينا $\lim_{n\to+\infty}u_n=l$ ، العدد l يحقق $l=le^{-l}$ أي $l(1-e^{-l})=0$ ، $l=0$

2) $w_n-w_{n+1}=\ln u_n-\ln u_ne^{-u_n}=\ln u_n-(\ln u_n-u_n)=u_n$

$S=(w_0-w_1)+(w_1-w_2)+\ldots+(w_n-w_{n+1})=w_0-w_{n+1}$.

لدينا $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$ ومنه $\lim_{n\to+\infty}w_n=-\infty$ ، إذن

$\lim_{n\to+\infty}S=\lim_{n\to+\infty}(w_0-w_{n+1})=\lim_{n\to+\infty}(u_n-w_n)=+\infty$ ..

تمنياتي لكم بالنجاح في البكالوريا وعطلة سعيدة