ثا/الشهيد مراح عبد القادر –وهران–

المستوى:سنة ثالثة ثانوي

الثلاثاء:26نوفمبر2013

الشعبة :رياضيات

المدة:3ساعات

اختبار الثلاثـــي الأول في مــادة الرياضيات

التمرين الأول:(6نقط)

أولا: أ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $x^4+4=\left(x^2+2\right)^2-4x^2$.

ب)استنتج أنه يمكن كتابة x^4+4 على شكل جداء كثيري حدود من الدرجة الثانية.

ثانيا: ليكن n عدد طبيعي أكبر من أويساوي 2 . A و B عددان طبيعيان و d قاسمهما المشترك الأكبر.

$$A=n^2-2n+2 \quad \text{و} \quad B=n^2+2n+2$$

1.بين أن n^4+4 ليس عددا أوليا.

2.أثبت أن كل قاسم لـ A بحيث يقسم n فهو قاسم لـ 2 .

3.برهن أن كل قاسم مشترك لـ A و B فهو يقسم $4n$.

4.**نفرض أن n عدد فردي.**

أ) بين أن A و B عددان فرديان .ثم استنتج أن d عدد فردي .

ب) بين أن d يقسم n .استنتج أن d يقسم 2 و أن A و B أوليان فيما بينهما.

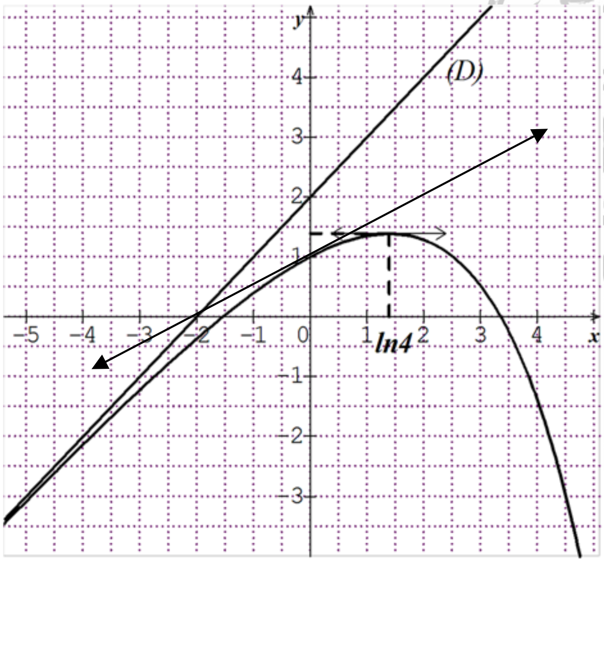
5.**الآن نفرض أن n زوجي .**

أ)بين أن 4 لايقسم n^2-2n+2 .

ب)بين أن d يكتب على شكل $d=2p$ حيث p عدد طبيعي فردي.

جـ)بين أن p يقسم n .ثم استنتج أن $d=2$.

التمرين الثاني: (6نقط)



f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ونرمز بـ(δ) الى منحناها البياني،في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. أنظر إلى الشكل

1.بقراءة بيانيا

أ) أحسب $f'(\ln 4)$ و $f'(0)$.

ب) استنتج معادلة المماس (T_1) للمنحنى (δ)عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ج) عين معادلة للمستقيم (D) .

د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

هـ) ليكن (T_m) مستقيم معادلته $y=\frac{m}{2}x+m$ حيث m وسيط حقيقي .

–بين أن كل المستقيمات (T_m) تشمل نقطة وحيدة Aيطلب تعيين احداثيتيها.

–ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x)=\frac{m}{2}x+m$

2. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$كما يلي: $h(x)=f(|x|)$

أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند 0 .ماذا يمكن القول عن النقطة $B(0;1)$؟مع التعليل .

ب) تحقق أن h دالة زوجية.

ج) أنشئ (γ)المنحنى الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (δ) في نفس المعلم .

التمرين الثالث:(8نقط)

في كل التمرين ،المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ (الوحدة $5cm$)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة f_1 المعرفة على $\left[0;+\infty\right[$ كمايلي: $f_1\left(x\right)=xe^{-x^2}$

و $\left(C_1\right)$ المنحنى الممثل للدالة f_1 .

1. أحسب $f_1'\left(x\right)$ ،حيث f_1' هي الدالة المشتقة الأولى للدالة f_1 .ثم استنتج تغيرات الدالة f_1 .
2. أحسب نهاية الدالة f_1 عند $+\infty$.(يمكنك وضع $u=x^2$) . فسر النتيجة هندسيا.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f_1.
4. نسمي $\left(\Delta\right)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$.عين الوضعية النسبية لـ $\left(C_1\right)$ و $\left(\Delta\right)$.
5. أنشئ $\left(C_1\right)$ و $\left(\Delta\right)$.

الجزء الثاني:

نعتبر f_3 الدالة المعرفة على $\left[0;+\infty\right[$ كمايلي: $f_3\left(x\right)=x^3e^{-x^2}$

و $\left(C_3\right)$المنحنى الممثل للدالة f_3 .

1.بين أن من أجل كل عدد حقيقي موجب x اشارة $f_3'\left(x\right)$ هي من اشارة $3-2x^2$.

–استنتج تغيرات الدالة f_3.

2. ادرس وضعية $\left(C_1\right)$ بالنسبة $\left(C_3\right)$.

3.انشئ $\left(C_3\right)$في نفس المعلم .(نقبل أن للدالتين f_1 و f_3 نفس النهاية عند $+\infty$).

الجزء الثالث:

ليكن n عدد طبيعي غير معدوم ،نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\left[0;+\infty\right[$ بـ: $f_n\left(x\right)=x^ne^{-x^2}$

و $\left(C_n\right)$ المنحنى الممثل للدالة f_n .

1.بين أن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ،الدالة f_n تقبل قيمة حدية عظمى عند $x=\sqrt{\frac{n}{2}}$ نسميها α_n .

2.نسمي النقطة S_nمن المنحنى $\left(C_n\right)$ ذات الفاصلة $\sqrt{\frac{n}{2}}$.

بين أن من أجل كل $n\geq 1$ المنحنيات $\left(C_n\right)$ تتقاطع في نقطتين هما مبدأ المعلم و نقطة أخرى يطلب تعيينها .

مثل النقط S_1 ، S_2 و S_3 .

3. لتكن g الدالة المعرفة على $\left[0;+\infty\right[$ بـ: $g\left(x\right)=\exp\left[\frac{x}{2}\left(-1+\ln\left(\frac{x}{2}\right)\right)\right]$

أ)أدرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن من أجل $n\geq 1$: $g\left(n\right)=\alpha_n$.

ج) قارن ترتيب كل النقط S_nمع ترتيب النقطة S_2 .

بالتوفيـق والســداد