مسألة :

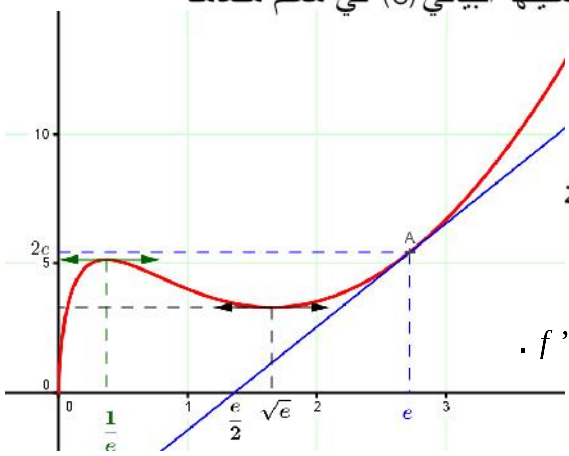
I. 1.بين أنه من أجل كل $x > 0$ ، $e^{2x} - 1 > 0$.

2. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{1}{e^{2x} - 1}$

أ-عين نهاية الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.فسر بيانيا النتائج المحصل عيها.

ب-احسب $g'(x)$. ادرس اتجاه تغيرا الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

II . نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$.في الشكل الموالي مرسوم تمثيلها البياني (C) في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ و مماسه عند النقطة A التي فاصلتها e يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $\frac{e}{2}$.



نقبل أن $f(x) = 2x\left(a(\ln x)^2 + b\ln x + c\right)$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية

1.احسب $f'(x)$ بدلالة a ، b و c.

2.باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل،عين $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ ، $f'\left(\sqrt{e}\right)$ و $f'(e)$.

3.استنتج أن $f(x) = 2x\left(2(\ln x)^2 - 3\ln x + 2\right)$.

4.عين نهاية f عند0 (يمكن وضع $t = -\ln x$

5.عين نهاية f عند $+\infty$.

6.بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ ، $f'(x) = 2(\ln x + 1)(2\ln x - 1)$

7.ادرس إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f .

III . 1.لتكن الدالة φ المعرفة على $[0,1;0,3]$ بـ : ¨ $(x) = f(x) - g(x)$

1.أ- بين انه من أجل كل $x \in [0,1;0,3]$ ، ¨ $'(x) > 0$

ب- بين أن المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل حلا واحدا α على المجال $[0,1;0,3]$.

2.بين انه من أجل $x > 0$ ، $f(x) > 0$.

3.نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h = g \circ f$

أ- عين نهايات الدالة h عند 0 و عند $+\infty$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة h على $]0;+\infty[$.

جـ- بين أن $h(\sim) = (g \circ g)(\sim)$

د- عين قيمة مقربة إلى 10^{-4} للعدد $h(\sim)$