التصحيح

التمرين الاول :

$C(4,-2,5)$ و $B(1,2,4)$ ، $A(3,2,6)$ و (P) :2x+y-2z+4=0

1)أ/ التحقق ان A ، B و C تعيين مستويا.

لدينا $\overrightarrow{AB}(-2,0,-2)$; $\overrightarrow{AC}(1,-4,-1)$ و $\frac{-2}{1} \neq \frac{0}{-4}$ ومنه $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا أي A; B; C تعيين مستوي

$$2\times3+2-2\times6+4=12-12=0$$

ب/ التحقق ان هذا المستوي هو P: لدينا

$$2\times1+2-2\times4+4=8-8=0$$

$$2\times4-2-2\times5+4=12-12=0$$

اذن: $A\in(P), B\in(P); C\in(P)$ ومنه المنسوب (ABC) هو (P)

2)أ/اثبات ان المثلث ABC قائم : لدينا $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ متعامدان أي المثلث ABC قائم في A.

ب/التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) المار بـ o والعمودي على (P) أي $\vec{n}(2,1,-2)$ شعاع توجيه له هو

$$\begin{cases} x=2t \\ y=t \qquad t\in\mathbb{R} \\ z=-2t \end{cases}$$

جـ) K المسقط العمودي للنقطة O على (P). حساب المسافة OK

$$OK=\frac{|0\times2+0\times1+0\times(-2)+4|}{\sqrt{4+1+4}}=\frac{4}{3}$$

د/حساب حجم الرباعي $OABC$

$$V_{OABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}\times h \quad \text{حيث} \quad h=OK=\frac{4}{3}$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC$$
$$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}$$
$$=6$$

$$AB=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$$
$$AC=\sqrt{1+16+1}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$$

اذن $V=\frac{1}{3}\times6\times\frac{4}{3}=\frac{8}{3}\quad u.v$

3)لتكن الجملة المثلة $S=\{(0.3),(A,1),(B,1),(C,1)\}$

ا) لدينا 3+1+1+1=6 و $6\neq0$ اذن الجملة تقبل مرجح وليكن G.

ب) I مركز ثقل المثلث ABC يعني $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ ولدينا من جهة اخرى $3\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ يعني $3\overrightarrow{GO}+3\overrightarrow{GI}=\vec{0}$ يعني $\overrightarrow{GO}=-\overrightarrow{GI}$

وبالتالي G, I, O في استقامية أي G تنتمي الى المسقيم (OI)

جـ)حساب المسافة بين النقطة G و المستوي (P)

لدينا

$$x_G=\frac{3\times0+3+1+4}{6}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}\ ,\quad y_G=\frac{3\times0+2+2-2}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\ ,\quad z_G=\frac{3\times0+6+4+5}{6}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$$

$$d(G,P)=\frac{\left|2\times\frac{4}{3}+1\times\frac{1}{3}-2\times\frac{5}{2}+4\right|}{3}=\frac{\left|\frac{8}{3}+\frac{1}{3}-5+4\right|}{3}=\frac{2}{3}$$

4) نعتبر (Ω) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$ ....(*)

(*) يكافئ $\left\|6\overrightarrow{MG}\right\|=5$ يكافئ $GM=\frac{5}{6}$

أي المجموعة (Ω) هي سطح كرة مركزها G ونصف قطرها $\frac{5}{6}$

طبيعة مجموعة نقط تقاطع (P) و (Ω) لدينا $d(G,D)\frac{2}{3}$ و $\frac{2}{3}<\frac{5}{6}$ إذن التقاطع هو دائرة .

التمرين الثاني

$$f\ (z)=z^{3}-2(1+i)z^{2}+2(1+2i)z-4i$$

1)تعيين قيمة العدد الحقيقي $\sim$ حتى يكون $f(\sim i)=0$

$f(xi)=0$ يكافئ $(\sim i)^{3}-2(1+i)(\sim i)^{2}+2(1+2i)(\sim i)-4i=0$

يكافئ $2\sim^{2}-4\sim+i\left(-\sim^{3}+2\sim^{2}+2\sim-4\right)=0$

يكافئ $\begin{cases}2\sim^{2}-4\sim=0\\-\sim^{3}+2\sim^{2}+2\sim-4=0\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}2\sim(\sim-2)=0\\-\sim^{3}+2\sim^{2}+2\sim-4=0\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}\sim=0\ ;\ \sim=2\\-\sim^{3}+2\sim^{2}+2\sim-4=0\end{cases}$

إذن $\sim=2$

2)**إثبات أن** $f(z)$ يكتب على شكل $f(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$

بما أن $(2i)$ هو جذر لـ $f(z)$ فيمكن كتابة $f(z)$

على شكل $f(z) = (z-2i)(z^2+2z+b)$

تعيين a و b باستعمال طريقة هورنر

		2i	
1	-2-i	2+4i	-4i
	2i	-4i	4i
1	-2	2	0

و بالتالي $f(x)=(z - 2i)(z^2 - 2z + 2)$

حل في (1) المعادلة $f(z)=0$

$f(z)=0$ يكافئ $z=2i$ أو $z^2 - 2z + 2=0$ لدينا $D'=-1= i^2$

$z=1-i$ أو $z=1+i$

إذن مجموعة حلول المعادلة $f(z)=0$ هي S حيث $S=\{1-i\ ,\ 2i\ ,1+i\}$

3) $A(z_A=2i)$, $B(z_B=1+i)$; $C(z_c=1-i)$

$$k=\frac{z_C-z_O}{z_B-z_A}=\frac{1-i-0}{1+i-2i}=\frac{1-i}{1-i}=1=[1\ ,0]$$

استنتاج قيسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OC}\right)$

لدينا $Arg\ (k)=0$ يكافئ $Arg\ (z_c-z_o)-Arg\ (z_B-z_A)=0$ يكافئ $\left(\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{OC}\right)=0$

طبيعة الرباعي $OABC$

لدينا $\frac{z_C-z_O}{z_B-z_A}=1$ يكافئ $z_C-z_O=z_B-z_A$

يكافئ $\overrightarrow{AB}\ =\ \overrightarrow{OC}$ ومنه الرباعي $OABC$ متوازي أضلاع

4) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_B-z_A}{\sqrt{2}}\right)$ حقيقيا

لدينا $\left[1\ ,-\frac{n®}{4}\right]=\left[1\ ,-\frac{®}{4}\right]^{n}=\left(\frac{\left[\sqrt{2}\ ,-\frac{®}{4}\right]}{\left[\sqrt{2}\ ,\ 0\right]}\right)^{n}=\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)=\left(\frac{z_B-z_A}{\sqrt{2}}\right)^{n}$

يكون z' حقيقي إذا كان $-\frac{n®}{4}=k®\ (k\in\mathbb{Z})$ يعني $-n®=4k®\ (k\in\mathbb{Z})$ يعني $n=4k'\ (k'\in\mathbb{Z})$ أي n مضاعف لـ 4