الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية   **مديرية التربية لولاية الشلف**   **ثانوية بلحاج قاسم نورالدين**

إمتحان البكالوريا التجريبي   **دورة : ماي 2014**

الشعبة : تقني رياضي

إختبار في مادة الرياضيات   **المدة : 4ساعات ونصف**

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين .

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E):5x-6y=3$

1- أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3.

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

ج) استنتج حلول الجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

2- عين كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $x^2-y^2 \le 56$.

3- a و b عددان طبيعيان حيث :

$a=\overline{1\sim 0\sim 00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b=\overline{\sim\ 0\sim}$ في النظام ذو الأساس 5.

عين ~ و ~ حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E) .

التمرين الثاني :(05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A, B و I التي لواحقها على الترتيب ، $z_A=-2$ ، $z_B=-1+i$ و $z_I=i$.

من أجل كل عدد مركب z حيث $z\neq -2$ نضع : $z'=\dfrac{iz+i+1}{z+2}$

حيث M صورة العدد المركب z و M' صورة العدد z' .

1- أ) تحقق من أن : $z'=\dfrac{i(z+1-i)}{z+2}$.

ب) بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى محور القطعة $[AB]$ فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .

ج) عين طبيعة (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث يكون z' تخيلا صرفا.

2- أ) تحقق من أنّ : $z'-i=\dfrac{1-i}{z+2}$.

ب) استنتج أنّ : $IM'\times AM=\sqrt{2}$ وأن $(\vec{u},\overrightarrow{IM'})+(\vec{u},\overrightarrow{AM})\equiv -\dfrac{\pi}{4}[2\pi]$.

ج) بين أنّه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى الدائرة (Γ) ذات المركز A ونصف القطر 1 فإن النقطة M' تنتمي إلى مجموعة يطلب تعيينها .

3- لتكن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=-\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

أ) بين أن النقطة E تنتمي إلى (Γ) ثم بين أن $(\vec{u},\overrightarrow{AE})\equiv\dfrac{\pi}{3}[2\pi]$.

ب) باستعمال نتائج السؤال 2) أنشئ النقطة E' المرفقة بالنقطة E .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A\left(3;-2;2\right)$, $B\left(6;1;5\right)$ و $C\left(6;-2;-1\right)$ و المستوي $(P): x+y+z-3=0$

1) برهن أن المثلث ABC قائم .
2) برهن أن المستوي (P) عمودي على المستقيم (AB) ويمر من النقطة A .
3) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P') المستوي العمودي على (AC) و المار من النقطة A .
4) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع كلا من المستويين (P) و (P') .
5) أ) نعتبر النقطة $D\left(0;4;-1\right)$. بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC) .
ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
ج) بين أنَ قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}rad$.
د) أحسب مساحة المثلث BDC ثم استنتج المسافة بين النقطة A و المستوي (BDC)

التمرين الرابع: (06 نقاط)

الجزء الاول:-لتكن الدالة g المعرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي : $g(x)=x+2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g
2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,70<\alpha<0,71$
3) استنتج اشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجال $\left]0,+\infty\right[$

الجزء الثاني : نعرف الدالة f على المجال $\left]0,+\infty\right[$ بما يلي : $f(x)=x-1+(\ln x)^2$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .
2) احسب عبارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
3) حل في المجال $\left]0,+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=x$ ثم استنتج عدد نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (Δ) المنصف الاول ذي المعادلة $y=x$
4) استنتج الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ)
5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1
6) اثبت ان: $f(\alpha)=\dfrac{\alpha^2+4\alpha-4}{4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ حيث α هو حل المعادلة $g(x)=0$
7) احسب $f(0,48)\times f(0,49)$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) . ثم ارسم $(C_f);(\Delta);(T)$
8) لتكن الدالة H المعرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$ كما يلي : $H(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$
أ) بين ان الدالة H دالة اصلية للدالة h حيث : $h(x)=(\ln x)^2$ على المجال $\left]0,+\infty\right[$
ب) احسب ب cm^2 المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :
$x=e; x=e^{-1}; y=x$
9) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول x التالية :
. $(\ln x)^2-1-m$

☜ **الموضوع الثاني**

التمرين الأول : (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(E): z^3+2z^2-16=0$

1- بين أن العدد 2 هو حل للمعادلة (E) ثم عين العددين الحقيقيين b,a بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z ،
$z^3+2z^2-16=(z-2)(z^2+az+b)$.

2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

3- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط B,A و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-2-2i$ ، $z_B=2$ و $z_D=-2+2i$.

أ) أكتب العددين المركبين z_A و z_B على الشكل الأسي .

ب) علم النقط B,A و D ثم عين z_C لاحقة النقطة C بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

ج) عين z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة C بالدوران R_1 الذي مركزه النقطة B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

د) عين z_F لاحقة النقطة F صورة النقطة C بالدوران R_2 الذي مركزه النقطة D وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

ه) تحقق من أنَ : $\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}=i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF.

4- عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث ، $|z-6|=|z+4-6i|$.

التمرين الثاني :(04 نقاط)

ليكن N عدد صحيح نسبي حيث ، $(S): \begin{cases} N\equiv 1[17] \\ N\equiv 5[13] \end{cases}$.

1- تحقق أن العدد 239 حل للجملة (S).

2- ليكن N عدد صحيح نسبي و هو حل للجملة (S).

أ) برهن أنه يمكن كتابة N على الشكل : $N=1+17x=5+13y$ حيث الثنائية $(x;y)$ هي حل للمعادلة $(E): 17x-13y=4$.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $(E): 17x-13y=4$.

3- استنتج أنه يوجد عدد صحيح نسبي k بحيث : $N=18+221k$.

4- برهن أنَ : $\begin{cases} N\equiv 1[17] \\ N\equiv 5[13] \end{cases}$ يكافئ $N\equiv 18[221]$. ثم عين N.

التمرين الثالث :(04 نقاط) الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1) نعتبر المستوي (p) الذي يشمل النقطة $B(1,-2,1)$ و للشعاع $\vec{n}(-2,1,5)$ ناظمي له و المستوي (R) الذي معادلته $x+2y-7=0$

أ) بين ان المستويين (p) و (R) متعامدان

ب) برهن ان تقاطع المستويين (p) و(R) هو المستقيم (D) المار من النقطة $C(-1,4,-1)$ و$\vec{u}(2,-1,1)$ شعاع توجيه له

ت) احسب d_3,d_2,d_1 المسافات بين النقطة $A(5,-2,-1)$ و المستويات (p) و (R) و (D) على الترتيب

2) لتكن النقطة $M(1+2t,3-t,t)$ حيث t عددحقيقي ونعرف على $\mathbb{R}$ الدالة ¨ كم يلي

$¨(t)=\sqrt{6t^2-24t+42}$

أ) اثبت ان $AM=¨(t)$

ب) ادرس تغيرات الدالة ¨

ت) استنتج ان المسافة بين A و (D) هي $3\sqrt{2}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g **المعرفة على المجل** $[0,+\infty[$ بـ : $g(x)=e^x-x-1$.

1- أدرس تغيرات الدالة g .

2- عين **إشارة** $g(x)$ عندما يتغير x **في المجل**

3- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in[0;+\infty[$ ، $e^x-x>0$.

II. نعتبر الدالة العددية f **المعرفة على المجل** $[0;1]$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$

نسمي (C_f) **المنحني الممثل للدالة** f **على المجل** $[0;1]$ **في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس** $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- **تقبل أن الدالة** f متزايدة تماما على المجال $[0;1]$.

2- بين أنه من أجل $x\in[0;1]$ **فان** $f(x)\in[0;1]$.

3- نعتبر المستقيم (Δ) **ذي المعادلة** $y=x$.

أ) بين أنه من أجل $x\in[0;1]$ ، $f(x)-x=\dfrac{(1-x)\times g(x)}{e^x-x}$.

ب) **أدرس الوضع النسبي للمنحني** (C_f) **بالنسبة الى** (Δ) **على المجل** $[0;1]$.

4- أ) عين دالة أصلية للدالة f **على المجل** $[0;1]$.

ب) **أحسب بـ** cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) **و** (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1, x=0$.

III. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **المعرفة على المجموعة** $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=\dfrac{1}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$.

1- **باستعمل المنحني** (C_f) و المستقيم (Δ) **<u>الموجودين على الملحق</u>** **مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة** الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

2- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\dfrac{1}{2}\le u_n\le u_{n+1}\le 1$.

3- **استنتج أن المتتالية** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ثم عين نهايتها .

مع تمنياتنا لكم بالنجاح في البكالوريا 2014