القسم : **3** علوم تجريبية ثانوية بونعامة الشلف

المدة : **2** ساعة اختبار الفصل الثاني المادة : رياضيات

التمرين رقم 01 : (09 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(\mathrm{O}\,;\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\vec{k})$.

ليكن (P) المستوي الذي معادلته الديكارتية $3x+y-z-1=0$ و (D) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي

$$\begin{cases} x=-t+1 \\ y=2t \qquad ; \quad t\in\mathbb{R} \\ z=-t+2 \end{cases}$$

1) أ) هل النقطة $C(1\,;3\,;2)$ تنتمي إلى المستوي (P) ؟ برّر .

ب) برهن أن المستقيم (D) محتوي في المستوي (P) .

2) ليكن (Q) المستوي الذي يمر من النقطة C و العمودي على المستقيم (D) .

أ) أعط معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

ب) إحداثيات النقطة I ، نقطة تقاطع المستوي (Q) و المستقيم (D) .

ج) بيّن أن $CI=\sqrt{3}$.

3) ليكن t عدد حقيقي و M_t النقطة من المستقيم (D) التي إحداثياتها $(-t+1\,;2t\,;-t+2)$.

أ) تحقق أنه من أجل كل حقيقي t ، $CM_t^2=6t^2-12t+9$.

ب) بيّن أن CI هي القيمة الحدية الصغرى لـ CM_t لما t يمسح مجموعة الأعداد الحقيقية .

4) نعتبر النقطتين $E(2\,;1\,;2)$ و $F(8\,;-2\,;5)$

بيّن أنه توجد نقطة وحيدة G من المستوي (P) تكون مرجح النقطتين E و F المرفقتين بمعاملين α و β يطلب تعيين إحداثيي G و المعاملين α و β .

التمرين رقم 02 : (11 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-\ln x$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) أحسب $g(1)$ و $g(2)$. استنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α .

تحقق أن $1{,}83<\alpha<1{,}84$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0\,;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x^2+x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\vec{i}\;;\vec{j})$.

1) أدرس نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$. فسر هندسيا هاتين النهايتين.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0\,;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}\times g(x)$.

ب) استجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بيّن أن $f(\sim)=\dfrac{2}{\sim(2\sim+1)}$.

3) أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب) أرسم المماس (T) و المنحني (C_f) .

4) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ : $h(x)=\dfrac{|2\ln x|}{x^2+x}$.

نسمي (C_h) تمثيلها البياني في المعلم $(O\,;\vec{i}\;;\vec{j})$.

باستعمال المنحني (C_f) , أرسم المنحني (C_h) .

<u>تمرين إضافي :</u>

في كل ما يأتي ، الفضاء مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O\,;\vec{i}\;;\vec{j}\,;\vec{k})$.

اجب بصحيح أم خطأ على ما يلي مع التبرير:

التأكيد ❶ : المستقيم من الفضاء المار من النقطة $B(2\,;3\,;4)$ و شعاع توجيهه $\vec{u}(1\,;2\,;3)$

تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=t+1 \\ y=2t+1\;;\;(t\in\mathbb{R}) \\ z=3t+1 \end{cases}$

التأكيد ❷ : سطح الكرة (S) ذات المركز $A(1\,;1\,;1)$ و نصف القطر 10 مماس للمستوي (P)

الذي معادلته $x+y+z-1=0$.

التأكيد ❸ : نعتبر المستويين $(P)\,:\,2x-y+2z-5=0$ و $(Q)\,:\,2x+2y-z-4=0$

أ) النقطة $A\left(\dfrac{17}{9}\,;\dfrac{5}{9}\,;\dfrac{8}{9}\right)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) تقاطع (P) و (Q) .

ب) الشعاع $\vec{u}\left(-\dfrac{1}{2}\,;1\,;1\right)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) .

انتهى **بالتوفيق**