ثانوية بلحاج قاسم نور الدين – الشلف **التاريخ:** 29 / 09 / 2013 **السنة الدراسية:** 2013 / 2014

المستوى: 3 **ثانوي رياضي** **المادة: رياضيات** **واجب منزلي رقم** 01

التمرين الأول:

نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{4x-4}{x^2+2x-3} & ;x<1 \\ f(x)=\sqrt{x^2+3}+ax & ;x\geq 1 \end{cases}$ حيث a عدد حقيقي .

1. عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون f مستمرة عند القيمة $x_0=1$.
2. نفرض أن $a=-1$

أ) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2-x}-2x$.

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

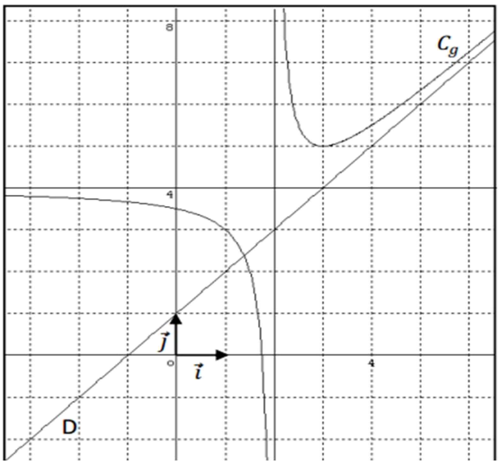
1) أ) ليكن x عدد حقيقي ، قارن بين x^2-x و $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$.

ب)استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 1$ ، $f(x)\leq -\dfrac{1}{2}-x$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\geq 1$ ، $f(x)+x=\dfrac{-1}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}+1}$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-x-\dfrac{1}{2}$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f)بالنسبة إلى (Δ).

3) (C_g) المنحني الممثل لدالة g معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كما هو مبين في الشكل المقابل .



أ) شكل جدول تغيرات الدالة g .

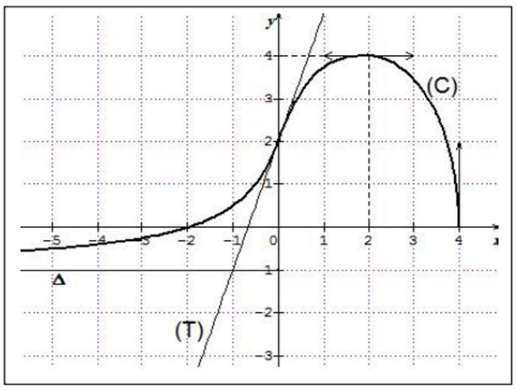
ب) عين النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to 1^+} g(x), \lim\limits_{x\to-\infty} g(x), \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(g(x)-x-1\right)$

$\lim\limits_{x\to 1^+}(f\circ g)(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(g\circ f)(x)$

التمرين الثالث:

(C) المنحني الممثل لدالة f معرفة على $]-\infty;4]$ كما في الشكل



1. عين $f(-2), f'(2), f'(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

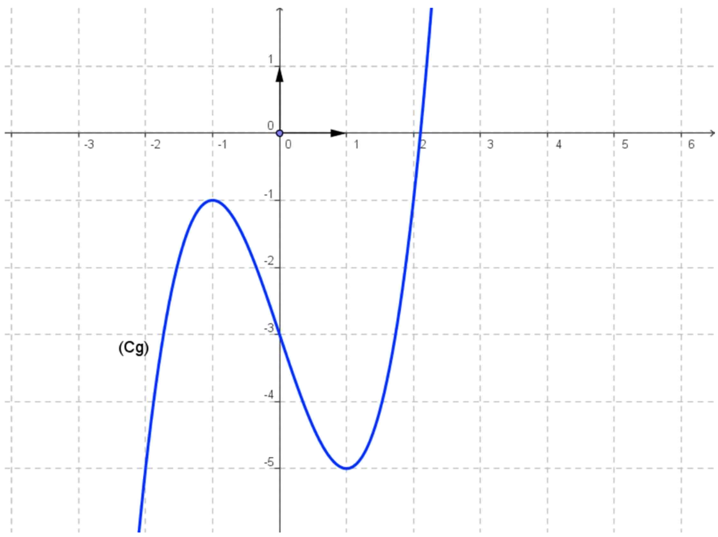
2. عين $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 4}\dfrac{f(x)}{x-4}$.

3. عين معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة $A(0;2)$.

4. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;4]$ بـ : $g(x)=\left[f(x)\right]^2$

شكل جدول تغيرات الدالة g باستعمال جدول تغيرات الدالة f .

التمرين الرابع :



الجزء الأول : (C_g) التمثيل البياني لدالة g معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$g(x) = ax^3 + bx + c$$

حيث b, a و c أعداد حقيقية .

1) باستعمال المنحني (C_g) عين b, a و c.
2) شكل جدول تغيرات الدالة g .
3) بين أن المعادلة $x^3 - 3x - 3 = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in \left]2; \frac{5}{2}\right[$.
4) استنتج اشارة $g(x)$ عندما يتغير x في $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1;1\}$ بما يلي : $f(x) = \dfrac{2x^3 + 3}{x^2 - 1} + 1$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1;1\}$: $f'(x) = \dfrac{2x \times g(x)}{(x^2 - 1)^2}$.
2) عين دون حساب $\lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا .
3) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.
4) شكل جدول تغيرات الدالة f .
5) بين أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$.استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
6) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$. ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ).
7) أرسم (Δ) و (C_f).