ثانوية بلحاج قاسم نورالدين – الشلف | التاريخ : 30 مارس 2014 | السنة الدراسية : 2013- 2014

المستوى : 3 ثانوي رياضيات | الفرض الأول المحروس الثلاثي الثالث في الرياضيات | مدة الانجاز : ساعتان

✍ التمرين الأول☹☹ : (07 نقاط)

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية عددية معرفة بـ : $u_1=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ ، $u_{n+1}=\dfrac{4n-2}{n+1}+\dfrac{3n}{n+1}u_n$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$، $u_n>-2$.

2) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $v_n=n(2+u_n)$.

أ) بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) أحسب u_n بدلالة n.

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=\sum_{k=1}^{k=n}ku_k$

✍ التمرين الثاني☹☺ (13 نقطة)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2-1-2\ln(x)$.

1- أدرس تغيرات الدالة g.

2- استنتج اشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجال $]0;+\infty[$.

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\dfrac{1-(\ln x)^2}{x}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1- أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2- برهن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $\sqrt{x}=t$) ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

3- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)+(\ln x)^2}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f)عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5- بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها x_0 حيث $0.33<x_0<0.34$.

6- أرسم (Δ) و (C_f).

7- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث ، $1\leq u_n\leq e$.

ب) أدرس رتابة المتتالية (u_n). هل هي متقاربة ؟ عين نهايتها .

8- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f)و المستقيم (Δ)و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=1$ و $x=e$.

☺ بالتوفيق في البكالوريا جوان 2014 ❀ أستاذ المادة