الفرض الثاني المحروس في مادة الرياضيات

التمرين الأول :☺ (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$h(x)=(x+1)e^{\frac{1}{x}} \text{ إذا كان } x>0 \quad \text{و} \quad h(0)=0$$

في كل ما يلي أجب بـ " صحيح " أم " خاطئ " مع التبرير .

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=0$	2) $h'(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$ من أجل $x\in]0;+\infty[$
3) $\dfrac{h(x)}{x}=e^{\frac{1}{x}}+\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}$ من أجل $x\in]0;+\infty[$	4) الدالة h قابلة للاشتقاق عند القيمة 0

التمرين الثاني ☹ (14 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I. دراسة دالة مساعدة :

لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$

1. أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجموعة $\mathbb{R}$ ، تحقق أن $0.35<\alpha<0.36$.
4. استنتج إشارة $g(x)$ عندما يمسح x المجموعة $\mathbb{R}$.

II. دراسة الدالة f :

1. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f . وشكل جدول تغيراتها .
3. بين أن $f(\alpha)=\alpha(1+2e^{-\alpha})$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.
4. بين أن المستقيم $(\Delta): y=x-1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$. ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
5. أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
6. أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .
7. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E): 2x+(x^2+2)e^{-x}-1-2m=0$$

❀ بالتوفيق في البكالوريا جوان 2014 ❀ أستاذ المادة