ثانوية صلاح الدين الأ يوبي- بوقادير السنة الدراسية : 2014/2013

المستوى : 3 علوم تجريبية التاريخ: 2014/01/29

الفرض المحروس الأول للفترة الثانية

التمرين الأول :(12نقطة)

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x\ln x-x-1$

1) احسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و 0

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها

3) بين ان للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α في المجال $]3,5\,;3,6[$

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=1-\dfrac{\ln x}{x+1}$.

(C) المنحنى البياني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس(O,I,J)

1) احسب نهايتي الدالة f عند 0 و $+\infty$

2) استنتج ان للمنحنى (C)مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما

3) ادرس وضعية (C) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1$

4) أ. بين أنه من اجل كل x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x\left(x+1\right)^2}$

ب. شكل جدول تغيرات الدالة f

5) بين ان $f\left(\alpha\right)=1-\dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

6) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1

7) انشئ المماس (T) و المنحنى (C)

التمرين الثاني:(08 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1,-1,3)$ ، $B(0,3,1)$ ، $C(6,-7,-1)$ ، $D(2,1,3)$ و $E(4,-6,2)$

1) أ) بين أن النقط A ، B و D تعين مستويا.

ب) بين أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) .

ج) عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABD).

2) أ) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

ب) عين إحداثيات النقطة F ، نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD).

3) أ) برهن إن مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$ هي النقطة E .

ب) أستنتج مجموعة النقط Γ من الفضاء حيث : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{21}$

تصحيح الفرض المحروس الأول للفصل الثاني

التمرين الأول :

الجزء 1 . 1) **النهايات**

لدينا : $g(x)=x(\ln x-1)-1$ و $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(\ln x-1)=+\infty\end{cases}$ ومنه $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty}$

ولدينا : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to0} x-1=-1\\ \lim\limits_{x\to0} x\ln x=0\end{cases}$ ومنه $\boxed{\lim\limits_{x\to0} g(x)=-1}$

2) **اتجاه التغير وجدول التغيرات**

لدينا : $g'(x)=\ln x+\frac{1}{x}\times x-1=\ln x$ ومنه إشارة $g'(x)$ من إشارة $\ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
اتجاه التغير	g متناقصة تماما		g متزايدة تماما

جدول التغيرات

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

3) **المعادلة** $g(x)=0$

لدينا $g(3{,}5)\simeq-0{,}11$ و $f(3{,}6)\simeq0{,}011$ إذن $g(3{,}5)\times g(3{,}6)<0$ و f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]3{,}5\,;3{,}6[$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $\sim$ في المجال $]3{,}5\,;3{,}6[$

4) **إشارة** $g(x)$

x	0		$\sim$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

الجزء 2 :

1) **النهايات :**

لدينا : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to0}\ln x=-\infty\\ \lim\limits_{x\to0}(x+1)=1\end{cases}$ ومنه $\boxed{\lim\limits_{x\to0} f(x)=+\infty}$

بكتابة $f(x)=1-\frac{\ln x}{x}\times\frac{x}{x+1}$ و بما أن $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x+1}=1\end{cases}$ فإن $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1}$

2) **المستقيمين المقاربين** : من النهايات المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $\boxed{x=0}$ و $\boxed{y=1}$.

3) **وضعية** (C) **بالنسبة للمستقيم** (Δ)

لدينا : $f(x)-1=-\frac{\ln x}{x+1}$ ومنه إشارة $[f(x)-1]$ من إشارة $(-\ln x)$ على المجال $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-1$		$+$	0	$-$	
الأوضاع		C فوق Δ	تقاطع	C تحت Δ	

4) أ. **إثبات أن** : $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$

لدينا : $f'(x)=-\frac{\frac{1}{x}(x+1)-1\times\ln x}{(x+1)^2}=-\frac{1+\frac{1}{x}-\ln x}{(x+1)^2}$

$=\frac{-x-1+x\ln x}{x(x+1)^2}=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$

ب) **جدول تغيرات** f

إشارة $f'(x)$ **من إشارة** $g(x)$ **على المجال** $]0,+\infty[$

x	0		$\sim$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\sim)$	$\nearrow$	1

5)**إثبات أن** $f(\sim)=1-\frac{1}{\sim}$ **ثم حصر** $f(\sim)$

لدينا : $f(\sim)=1-\frac{\ln\sim}{\sim+1}$

و $g(\sim)=0$ **إذن** $\sim\ln\sim-\sim-1=0$ **ومنه** $\ln\sim=\frac{\sim+1}{\sim}$ **وبالتعويض في** $f(\sim)$ **نجد** $f(\sim)=1-\frac{\left(\frac{\sim+1}{\sim}\right)}{\sim+1}=1-\frac{1}{\sim}$

الحصر : لدينا $3,5<\sim<3,6$ **ومنه** $\frac{1}{3,6}<\frac{1}{\sim}<\frac{1}{3,5}$ **وعليه** $-\frac{1}{3,5}<-\frac{1}{\sim}<-\frac{1}{3,6}$ **إذن** $1-\frac{1}{3,5}<1-\frac{1}{\sim}<1-\frac{1}{3,6}$ **أي**

$\boxed{0,71<f(\sim)<0,72}$

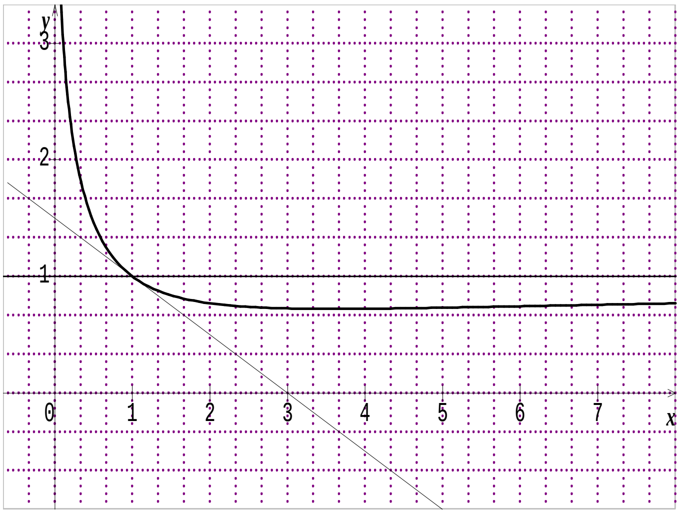
6) **معادلة المماس عند 1**

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$

وهي من الشكل: $y=-\frac{1}{2}(x-1)+1$

$y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

7) **الإنشاء**



التمرين الثاني :

1) أ) بيان أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\4\\-2\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$ نلاحظ أن الشعاعين غير مرتبطين خطيا و منه النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) بيان أن المستقيم (EC) عمودي على المستوي (ABD) .

لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\4\\-2\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}$ و منه : $\begin{matrix}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EC}=-1\times2-4\times1+2\times3=0\\ \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{EC}=1\times2-2\times1-0\times3=0\end{matrix}$

إذن الشعاع $\overrightarrow{EC}$ عمودي على شعاعين غير مرتبطين خطيا من المستوي (ABD) و منه الشعاع $\overrightarrow{EC}$ على المستوي (ABD) **إذن : المستقيم** (EC) **عمودي على المستوي** (ABD)

ج) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (ABD).

الشعاع $\overrightarrow{EC}$ على المستوي (ABD)فهو شعاع ناظمي للمستوي (ABD) و تكون له معادلة من الشكل :

$2x-y-3z+d=0$ حيث d عدد حقيقي .لكن $A\in(ABD)$ إذن : $2\times1-1\times(-1)-3\times3+d=0$ أي: $d=6$

المعادلة الديكارتية للمستوي (ABD) **هي** : $2x-y-3z+6=0$

4) أ) ايجاد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

المستقيم (EC) يشمل النقطة $E(4,-6,2)$ و شعاع توجيهه $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}$

التمثيل الوسيطي للمستقيم (EC)هو : $\begin{cases}x=4+2t\\ y=-6-t \quad t\in\mathbb{R}\\ z=2-3t\end{cases}$

ب) تعيين احداثيات النقطة F ، نقطة تقاطع المستقيم (EC) و المستوي (ABD).

لدينا : $(ABD):2x-y-3z+6=0$ و $(EC):\ \begin{cases}x=4+2t\\ y=-6-t \quad t\in\mathbb{R}\\ z=2-3t\end{cases}$

نحل:
$$2(4+2t)-(-6-t)-3(2-3t)+6=0$$
$$8+4t+6+t-6+9t+6=0$$
$$14t+14=0$$
$$t=-1$$
و منه : $x=2$; $y=-5$; $z=5$

احداثيات النقطة F **، نقطة تقاطع المستقيم** (EC) **و المستوي** (ABD)**هي :** $(2,-5,5)$

5) أ) برهان ان مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$ هي النقطة E .

إحداثيات مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$ هما: $\left(\dfrac{2x_A-x_B+x_C}{2-1+1},\dfrac{2y_A-y_B+y_C}{2-1+1},\dfrac{2z_A-z_B+z_C}{2-1+1}\right)$

أي: $(4,-6,2)$ و منه **مرجح الجملة المثقلة** $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$ **هي النقطة** E .

ب) استنتاج مجموعة النقط Γ من الفضاء حيث : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{21}$

النقطة Eهي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2),(B,-1),(C,1)\}$ ومه من أجل كل نقطة M من الفضاء لدينا:

$\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{21}$ تكافئ $\left\|2\overrightarrow{ME}\right\|=2\sqrt{21}$ أي: $2ME=2\sqrt{21}$ أي: $ME=\sqrt{21}$

مجموعة النقط Γ **من الفضاء حيث :** $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{21}$ **هي سطح كرة مركزها** E **و نصف قطرها** $\sqrt{21}$.