الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي(تجريبي) — دورة : ماي 2015

الشعبة:علوم تجريبية — ثانوية لقرع محمد الضيف الرباح ولاية الوادي

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثم أكتب الحلول على الشكل الأسي.

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر النقط D, C, B, A

المعرفة بلواحقها: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ ، $z_D = -z_B$ على الترتيب .

أ - بين أن النقط D, C, B, A تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.

ب - عين زاوية للدوران R الذي مركزه O ويحول A إلى B.

جـ - بين أن النقط C, O, A في استقامية وكذلك النقط D, O, B.

د - ما طبيعة الرباعي $ABCD$. مع التبرير ؟

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقاط $A(1;1;0)$ ، $B(1;-2;4)$ ، $C(-1;0;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $2x + y - z + 3 = 0$.

1) ليكن $\vec{n}$ الشعاع الناظمي للمستوي (P).

أ) هل يوجد عدد حقيقي λ بحيث $\overrightarrow{AB} = \lambda\vec{n}$ ؟ ماذا تستنتج ؟

ب) بين أن تمثيل وسيطي للمستوي (Q) الذي يمر بالنقطة A ويوازي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}$.

معرف بالجملة : $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 1 - 3t + t' \\ z = 4t - t' \end{cases}$ حيث t و t' عددين حقيقيين.

جـ) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (Q)، و أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

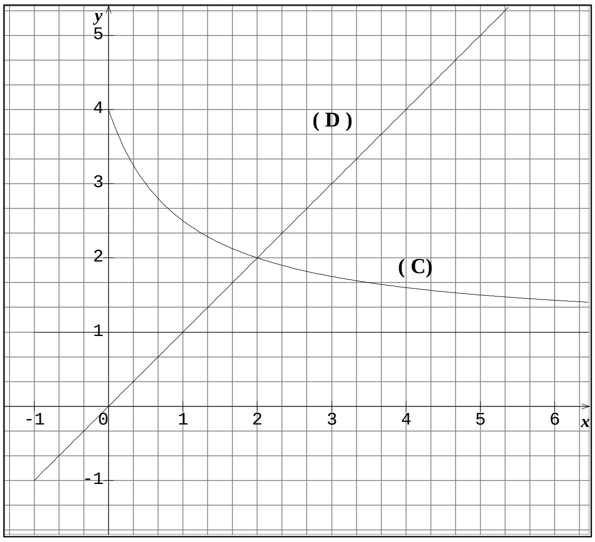
2) بين أن C نقطة مشتركة للمستويين (P) و (Q) و أن الشعاع $\vec{u}(14;-11;17)$ يعامد كل من $\vec{n}$ و $\overrightarrow{n'}$، حيث $\overrightarrow{n'}$ هو الشعاع الناظمي للمستوي (Q).

3) استنتج تمثيل وسيطي للمستقيم (D') المسقط العمودي للمستقيم (AB) على المستوي (P).

التمرين الثالث (04,5 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+4}{x+1}$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$



1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على المجال $[0;+\infty[$ والمستقيم (D) الذي معادلته $y=x$.

أ) أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ما تخمنك حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟

جـ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \dfrac{5}{2}$.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{6-3u_n}{u_n+2}$

أ) احسب $6-3u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ، ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\dfrac{1}{3}$ ، عين نهايتها.

ب) عبر عن u_n بدلالة v_n ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الرابع (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+\dfrac{4}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-2x]$ ، ثم فسر النتيجتين بيانيا

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $\mathbb{R}$ و أن $f'(x)=2\left[\dfrac{e^{2x}+1}{(e^x+1)^2}\right]$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) احسب $4-f(-x)$. ماذا تستنتج ؟ ب) احسب $f(3)$ ثم استنتج قيمة $f(-3)$.

جـ) عين معدلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1.71;-1.67[$ ، ثم بين أن $e^{\sim} = -\dfrac{2+\sim}{\sim}$.

6) ارسم (Δ) و (C_f).

7) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=2x-\dfrac{4(-e^{-x})}{e^{-x}+1}$.

ب) أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذ واة المعادلات: $x=0$ ، $x=3\ln 2$ و $y=2x$ مع تظليل هذه المساحة في الرسم

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(05 نقاط)

1- $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-6z^2+12z-16$

أ) احسب $P(4)$ ، ثم عين العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل z من $\mathbb{C}$ لدينا :

$$P(z)=(z-4)(z^2+az+b)$$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$.

2- في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

- علم النقط A ، B و C، ثم بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع.

3- K نقطة لاحقتها: $z_K=-\sqrt{3}+i$

أ) عين احداثي النقطتين F و G حيث : F صورة K بالدوران مركزه O و زاويته $\frac{®}{3}$ و G صورة K بالانسحاب شعاعه $\overrightarrow{OB}$.

ب) أثبت أن المستقيمين (OC) و (OF) متعامدان.

4- H هي النقطة التي من أجلها يكون الرباعي $COFH$ متوازي أضلاع.

أ) بين أن الرباعي $COFH$ مربع . ثم احسب احداثيي النقطة H.

ب) هل المثلث AGH متقايس الاضلاع ؟.

التمرين الثاني :(04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط $A(1;1;1)$ ، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$

1- بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

2- تحقق أن الجملة : $\begin{cases} x= \quad +1 \\ y=-2\sim - \quad +1 \quad \sim, \quad \in\mathbb{R} \\ z=-\sim +1 \end{cases}$ هي تمثيل وسيطي للمستوي (ABC).

3- (P) المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x-2y-2z+6=0$

- بين ان المستويان (P) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

4- بين أن مبدا المعلم هو مرجح الجملة $\{(A,1),(B,1),(C,-1)\}$

5- (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{3}$

أ) بين أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ب) احسب إحداثيات E و D نقطتي تقاطع سطح الكرة (S) و المستقيم (Δ).

جـ) ما هي طبيعة المثلث ODE؟ ، ثم استنتج المسافة بين النقطة O و المستقيم (Δ)

التمرين الثالث : (04 نقاط)

~ عدد حقيقي من المجال $]0,1[$

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \dfrac{(\sim +1)u_n - \sim}{u_n}$

1- أ) برهن بالتراجع من اجل كل عدد طبيعي n أن : $u_n \geq 1$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أنها متقاربه ، جـ) احسب نهاية المتتالية (u_n).

2- (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n - \sim}$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها ~. ب) أكتب v_n بدلالة ~و n ، ثم استنتج u_n بدلالة ~و n

جـ) تأكد من نتيجة حساب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ في السؤال (1 - جـ).

التمرين الرابع :(07 نقاط)

الجزء الأول : g دالة عددية معرفة على $D =]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 - \dfrac{x^3}{3} - 2\ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا ~ حيث : $1 < \sim < \sqrt{2}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة عددية معرفة على D بـ : $f(x) = -\dfrac{x}{3} + \dfrac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $3cm$)

1- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2- أثبت من أجل كل عدد حقيقي x أن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ ، ثم ادرس إشارتها. و شكل جدول تغيرات الدالة f.

3- أ) بين أن المستقيم (T) معادلته : $y = -\dfrac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (T).

4- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) ميله $-\dfrac{1}{3}$ ، يطلب إعطاء معادلة له.

5- أنشئ كلا من (C_f) و (T) و (Δ).

الجزء الثالث : (Δ_m) مستقيم معادلته : $y = -\dfrac{x}{3} + m$ ، حيث m وسيط حقيقي.

1- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (Δ_m) مع المنحنى (C_f).

2- باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة : $x \mapsto \dfrac{\ln x}{x^2}$ على D والتي تنعدم عند القيمة 1 .

3- احسب بـ : cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات: $y = -\dfrac{x}{3}$ و $x = 1$ و $x = \sim$.