على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4نقط)

1) حل في المجموعة □ المعادلة $(z-1+i)\left(z^2-2(2+\sqrt{3})z+8+4\sqrt{3}\right)=0$

2) المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ و A و B و C نقط لواحقها $z_A=1-i$ و $z_B=2+\sqrt{3}+i$ و $z_C=2+\sqrt{3}-i$ على الترتيب

أ* بين أن $z_B-2=2e^{i\frac{®}{6}}$ ثم استنتج إنشاء للنقطة B ثم علم النقطتان $A;C$

ب* عين اللاحقة $z_{B'}$ للنقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{®}{6}$

ج* تحقق أن $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}$ ثم أكتب $\frac{z_B}{z_{B'}}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ثم استنتج عمدة العدد z_B

3) لتكن النقطة M مختلفة عن O لاحقتها $z=ae^{i—}$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما و — عدد حقيقي و M_1 صورة M بالدوران r و M' نظيرة M_1 بالنسبة لمحور الفواصل . أ* بين أن $z'=ae^{i\left(\frac{®}{6}-—\right)}$

ب* عين قيم — التي تحقق $z'=z$ ثم استنتج مجموعة النقط M من المستوي حيث $M'=M$

التمرين الثاني : (4نقط).

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الأقليدية للعدد 3^n على **11**

2) ما هو باقي قسمة العدد $(4\times 69^{10n+6}+7\times 58^{20n+13}-8)$ على **11**

3) أوجد قيم n الطبيعية بحيث يكون العدد $\left(n^2+36^{5n}\times n+14^{5n+3}+5\right)$ قابلا للقسمة على **11**

4) أوجد الأعداد الصحيحة التي تحقق من أجل كل n من □ : $\times\ 80^{3n+2}\times\ +91^{3n+1}\equiv 0[11]$ ثم استنتج قيم التي تحقق : $|\ \ |\le 20$

5) أوجد الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث : $14^x+25^y\equiv 8[11]$

التمرين الثالث: (4.5نقطة)

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر المستوي (p) ذو المعادلة $2x+y-2z+4=0$

والنقط $A(3;2;6);B(1;2;4);C(4;-2;5)$

1) بين أن النقط $A;B;C$ تعين مستوي ثم تحقق أن هذا المستوي هو (p)

2) ا* بين أن المثلث ABC قائم

ب* أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل المبدأ O ويعامد (p)

ج* K المسقط العمودي للمبدأ O على (p) أحسب بطريقتين مختلفتين الطول OK ثم أحسب حجم الرباعي $OABC$

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(O;3);(A;1);(B;1);(C;1)\}$ و I مركز ثقل المثلث ABC

ا* بين أن G تنتمي للمستقيم (OI)

ب* حدد المسافة بين النقطة G والمستوي (p)

4) (E) مجموعة النقط من الفضاء حيث $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6$ حدد طبيعة (E) وعناصرها المميزة

5) لتكن (E') مجموعة النقط من الفضاء حيث $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ حدد طبيعة (E') وعناصرها المميزة

التمرين الرابع : (7.5نقطة)

I) الدالة g معرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+\frac{1}{2})-2x$

1) برهن أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ أن: $e^{2x}-e^{x}=\left(e^{x}-\frac{1}{2}\right)^{2}-\frac{1}{4}$ وأن : $g(x)=\ln(1-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x})$

2) أدرس تغيرات g ثم شكل جدول تغيراتها

3) أحسب $g(-\ln 2)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+\frac{1}{2})$ و نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

1) أ* أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وأعط تفسيرا بيانيا

ب* استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائل (D) يطلب تعيين معادلته ثم حدد وضعية (C_f) مع (D)

2) أ* بين أن $f'(x)=e^{x-f(x)}(2e^{x}-1)$ ثم أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

ب* أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة **0**

3) أ* عين ~ فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع محور الفواصل ثم أنشئ (T) و (C_f) في مستوي منسوب الى معلم متعامدو متجانس

ج* ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $g(x)=2m$

4) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x)=\ln\left(\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}+1\right)$ و (C_h) تمثيلها البياني

*عين قيم العدد الذي يحقق $h(x)=f(x-\ln 2)+$ ثم استنتج كيفية لرسم (C_h) انطلاقا من (C_f)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (**4**نقط)

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ وحدة الطول $1cm$

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\overline{z}-3iz-3+6i=0$ حيث $\overline{z}$ مرافق z

2) نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $4-2i$ عين الشكل الجبري للعدد z_B لاحقة النقطة B بحيث يكون المثلث OAB متقايس الأضلاع وذا اتجاه مباشر

3) لتكن النقطة D ذات اللاحقة $z_D=2i$

ا* مثل المجموعة (T) للنقط $M(z)$ مع $z\neq 2i$ بحيث : $\arg(z-2i)=\dfrac{\pi}{4}+2\pi k\,;k\in\mathbb{Z}$

ب* مثل المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ بحيث : $z=2i+2e^{i\theta}\,;\theta\in\mathbb{R}$

ج* لتكن D' النقطة ذات اللاحقة $z_{D'}=(z_D)^{2015}$, تحقق أن النقط $D';D;O$ على استقامة واحدة

4) بكل نقطة $M(z)$ من المستوي مع $z\neq 2i$ نرفق النقطة $M'\left(z'\right)$ حيث

أ* $z'=\dfrac{z-1}{z+2i}$.عين مجموعة النقط M بحيث يكون $\left|z'\right|=1$

ب* بين أن التحويل S_1 الذي يحول $M(z)$ الى $M'\left(z'\right)$ هو مركب تناظر محوري وتشابه مباشر $z'=(\sqrt{3}-i)\overline{z}+1$

يطلب إعطاء عناصرهما

التمرين الثاني: (**6.5**نقطة)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;2]$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم استنتج أنه إذا كانت $x\in[1;2]$ فان $f(x)\in[1;2]$

2) (u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان بـ: $u_0=1$ و $v_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$ و $v_{n+1}=f(v_n)$. ا* مثل منحنى الدالة f والمستقيم ذو المعادلة $y=x$ في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=2cm$

ب* مثل الحدود الثلاثة الأولى لكل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب كل منهما

3) برهن بالتراجع الخواص الآتية: من أجل $n\in\mathbb{N}$: $1\le u_n\le 2;1\le v_n\le 2;u_n\le u_{n+1};v_n\ge v_{n+1}$

4) أ* أثبت أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_{n+1}-u_{n+1}=\dfrac{v_n-u_n}{(v_n+1)(u_n+1)}$ ثم استنتج أنه $v_n-u_n\ge 0$

و $v_{n+1}-u_{n+1}\le\dfrac{1}{4}(v_n-u_n)$

ب* أثبت أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_n-u_n\le\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$

ج*استنتج أن للمتتاليتين (u_n) و (v_n) نفس النهاية l يطلب إعطاء قيمتها المضبوطة

التمرين الثالث : (**4**نقط)

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $8x-5y=3....(1)$

2) ليكن m عدد صحيح بحيث توجد ثنائية $(p;q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق : $m=8p+7$ و $m=5q+10$

ا* بين أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة (1) ثم استنتج أن $m\equiv 15[40]$

ب* عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000

3) ليكن n عددا طبيعيا . أ* أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي k لدينا $2^{3k}\equiv 1[7]$

ب* ما هو باقي القسمة الأقليدية للعدد 2^{2015} على **7**

4) ليكن a و b عددهن طبيعيان حيث $0\prec a\le 9$ و $b\le 9$ ونعتبر العدد N الذي يكتب في النظام العشري على الشكل $\overline{a00b}$ نريد تعيين ضمن تلك الأعداد الطبيعية N تلك التي تقبل القسمة على**7**

أ* تحقق من أن $10^3\equiv -1[7]$ ثم استنتج الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7

التمرين الرابع: (**6.5**نقطة)

I) f دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي $f(x)=\dfrac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$

1) أحسب الدالة المشتقة f' ثم أدرس اتجاه تغير f

2) أحسب نهاية f عندما يؤول x إلى -1 والى $+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات f

3) أحسب $f(0)$ وبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما نرمز له بـ ~ ينتمي للمجال $]-0.72;-0.71[$

4) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $D=]-1;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$

نسمي (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

1) أحسب نهايات g ثم بين أنه من أجل $x\in D$ فان : $g'(x)=\dfrac{f(x)}{x^3}$

2) بين أن $g(\sim)=\dfrac{1}{2\sim(\sim+1)}$ ثم استنتج قيمة تقريبية لـ $g(\sim)$ بأخذ $\sim\approx -0.715$

3) شكل جدول تغيرات g ثم أنشئ (C_g) (تؤخذ الوحدة $2cm$)

4)ا* باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $A(ª)=\int_1^{ª} g(x)dx$ حيث $ª\succ 1$ (لاحظ أن $\dfrac{1}{x(x+1)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$)

ب* استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد ب: (C_g)والمستقيمات ذات المعادلات $x=2;y=0;x=1$

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty;-2[\cup]-2;-1[\cup]-1;0[\cup]0;+\infty[$ بـ $h(x)=\dfrac{\ln|x+1|}{(|1+x|-1)^2}$

ا* بين ان المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر للمنحنى (C_h)الممثل للدالة h

ب* استنتج إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_g)