اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول ☹ : 08 نقاط

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $(E): y'+2y=3x^2-1$

1- برهن أنَه توجد دالة كثير حدود وحيدة p من الدرجة الثانية هي حل للمعادلة (E).

2- عين في $\mathbb{R}$ مجموعة حلول المعادلة التفاضلية: $(E'): y'+2y=0$.

3- برهن أنَ دالة g هي حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $(g-p)$ هي حل للمعادلة (E').

4- استنتج مجموعة حلول المعادلة (E) في المجموعة $\mathbb{R}$.

5- عين الحل g للمعادلة (E) و الذي يأخذ القيمة $\frac{9}{4}$ من أجل القيمة 0 للمتغير .

التمرين الثاني ☹ : 12 نقطة

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-1-2\ln(x)$

1- أدرس تغيرات الدالة g.

2- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\frac{1-(\ln x)^2}{x}$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2- برهن أنَ ، $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ثم أحسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

3- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)+(\ln x)^2}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4- أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

ب) بين أنَ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $0.3<\alpha<0.4$.

ج) أرسم (Δ)و (C_f).

5- نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $h(x)=f(-x)$

- اشرح كيفية رسم المنحني (C_h) انطلاقا من المنحني (C_f) ثم أرسم (C_h).

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح ❀ أستاذ المادة