الامتحان الفصلي الأول **السنة الدراسية : 1436/1435 هـ// 2015/2014 م**

المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية.

اختبار في مادة : الرياضيات المدة : ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط) :

نعتبر المعادلة التفاضلية : (E)..................... $y'+y=e^{-x}$

1. بين أن u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x)=xe^{-x}$ حل للمعادلة (E) .
2. حل المعادلة التفاضلية (E_0)..................... $y'+y=0$
3. بين أن الدالة v المعرّفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ تكون حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت $u-v$ حلا للمعادلة (E_0)
4. استنتج جميع حلول المعادلة (E)
5. عين الدالة f حل للمعادلة (E) التي تأخذ القيمة 2 من أجل 0

التمرين الثاني (08 نقاط):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) لتكن الدالة h للمتغيّر الحقيقي t المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$h(t)=1+t^2-2t^2\ln t$$

1. احسب نهايات الدالة h عند طرفي مجموعة تعريفها.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكّل جدول تغيراتها.
3. بيّن أن المعادلة $h(t)=0$ تقبل حلاً وحيدا α على المجال $\left]\frac{3}{2};2\right[$ ثم استنتج اشارة $h(t)$.

II) نعتبر الدالة f للمتغيّر الحقيقي t المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(t)=\dfrac{\ln t}{t^2+1}$

1. احسب نهايات الدالة f عند طرفي مجموعة تعريفها.
2. عبّر عن $f'(t)$ بدلالة $h(t)$ ثم ضع جدول تغيّرات الدالة f .
3. بيّن أن $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
4. عيّن معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) الممثّل للدالة f في المستوي عند النقطة ذات الفاصلة : $t_0=1$.
5. أرسم كلاًّ من (C_f) و (Δ) .

III نعتبر الدالة g للمتغيّر الحقيقي t المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $g(t)=\frac{|\ln t|}{t^2+1}$

1. اشرح كيفية رسم (C_g) بالاعتماد على (C_f) ، ثم ارسمه.
2. استنتج بيانيا وحسب قيم m عدد واشارة حلول المعادلة $g(t)=m$

التمرين الثالث (08 نقاط):

الجزء الأول: الجدول المقابل هو لتغيّرات الدالة العددية g والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	...	$\nearrow$	...	$\searrow$	...

1. احسب $g(2)$ ، ثم اتمم النهايات المنقوصة في جدول التغيرات.
2. علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث: $-0,38<\alpha<-0,36$ يحقّق : $g(x)=0$

الجزء الثاني: لتكن f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بيّن أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ : $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.
3. بيّن أنّ : $f(\alpha)=2\alpha+3+\frac{2}{\alpha-1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.
4. بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.
5. بين أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (d) معادلته $y=2x+1$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d) .
6. أنشئ المنحني (C_f) وعلى المجال $[-1,5;+\infty[$ تعطى $f(-1,5)=4.72$
7. لتكن الدالة k والمعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x)=f(x^2e^x)$
وباستعمال مشتقّة دالة مركبة استنتج اتجاه تغير الدالة k ثم شكّل جدول تغيراتها.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (03 نقاط) :

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$. نرمز مشتقّة الدالة f بـ : f' . الجدول التالي يمثّل تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$ وليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	e	$\searrow$	0

عيّن الإجابات الصحيحة في كل حالة من الحالات التالية: (برّر الإجابتين 3 و 4)

1. المنحني (C) يقبل كمستقيم مقارب المستقيم الذي معادلته:

أ / $x=0$; ب / $x=2$; ج / $y=0$

2. في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ تقبل:

أ / حلا واحدا ; ب / حلين ; ج / ثلاثة حلول

3. نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المتراجحة $f(x)\geq -1$ ولتكن S مجموعة حلولها.

أ / $S=\mathbb{R}$; ب / $S=\ 2;+\infty$; ج / $S=\ -\infty;-2$

4. لتكن الدالة g بحيث: $g(x)=e^{f(x)}$ من أجل كل عدد حقيقي x . على المجال $-\infty;2$ الدالة g

أ / متزايدة تماما ; ب / متناقصة تماما ; ج / لها نفس اتجاه تغير الدالة f

التمرين الثاني (06 نقاط):

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+4xe^{2x}$

1) احسب النهايات عند طرفي مجموعة التعريف.
2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها.
3) استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $g(x)>0$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.وحدة الطول هي $2cm$

1) احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$
2) احسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.
3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+1)$ ثم استنتج المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب اعطاء معادلة له، ادرس الوضعية النسبية بين (C_f) و (Δ) .
4) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين فاصلتها.
5) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
6) انشئ كلاّ من (C_f) و (T).

التمرين الثالث (07 نقاط):

الفرع A **:** نعتبر الدالة g المعرفة علي $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln(1+x)-x$

1) أ- أحسب من أجل كل x من $[0,+\infty[$: $g'(x)$ ، ثم بين أن g متناقصة تماما علي $[0,+\infty[$

ب - استنتج أن من أجل كل x من $[0,+\infty[$: $g(x)\le 0$

2) بين أن من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $0<\ln(x+1)<x$

الفرع B **:** نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f(x)=x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

C_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلي معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن f معرفة علي المجال $D_f=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$.

2) أ- بين أن دالة f فردية . ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$

3) أ- أثبت أن من أجل كل x من D_f : $f'(x)=\frac{x^2-3}{x^2-1}$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f علي $]1;+\infty[$ ، ثم استنتج جدول تغيرات علي D_f

4) أ- تحقق من أن (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب للمحني C_f.

ب –أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ في D_f (يمكن ملاحظة أن $\frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$)

ج- استنتج وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم (Δ)

5) أنشئ كلا من C_f و (Δ).

التمرين الرابع(04 نقاط):

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات والمتراجحات التالية:

1) $\frac{e^{2x}+2e^x-4}{3e^x-2}=1$

2) $\ln|x-2|=\ln|2x+1|$

3) $\ln(x^2-2x)-\ln(4x-5)\le 0$