تصحيح الاختبار الأول

الشعبة :3 علوم تجريبية

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين – الشلف

December 2, 2014

من إنجاز الأستاذ : ثابت إبراهيم

التمرين الأول :   **12 نقطة**

الجزء الأول :

لدينا : ¨ $(x)=2x^3-6x^2+6x+3$

-1 دراسة تغيرات الدالة ¨ :

أ) حساب النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} ¨(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(2x^3-6x^2+6x+3\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(2x^3\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} ¨(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(2x^3-6x^2+6x+3\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(2x^3\right)=+\infty$$

ب) حساب المشتقة :

¨ $'(x)=6x^2-12x+6$

- دراسة إشارة المشتقة :

¨ $'(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2-12x+6=0$ أي $6(x^2-2x+1)=0$

أي $6(x-1)^2=0$ أي $(x-1)^2=0$

أي المعادلة تقبل حلا مضاعفا : $x_1=x_2=1$

إشارة المشتقة :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
¨ $'(x)$		$+$	0	$+$	

ج) جدول تغيرات الدالة ¨ :

x	$-\infty$	~	1	$+\infty$
¨ $'(x)$	$+$		0	$+$
¨ (x)	$-\infty$	0		$+\infty$

-2 تبيان أنّ المعادلة ¨ $(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ~ حيث ، $-0.4<$ ~ <-0.3 :

¨ دالة مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[-0.4;-0.3]$

ولدينا : ¨ $(-0.4)=-0.49$ و ¨ $(-0.3)=0.61$ ومنه ¨ $(-0.4)\times$ ¨ $(-0.3)<0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة ¨ $(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ~ حيث ، $-0.4<$ ~ <-0.3

-3 إشارة ¨ (x) :

x	$-\infty$		~		$+\infty$
¨ (x)		$-$	0	$+$	

الجزء الثاني :

- لدينا : $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}$

-1 تبيان أنّ : $f(x)=x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}$

لدينا : $x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}=\dfrac{(x^2-2x-1)(x-1)-5}{x-1}=\dfrac{x^3-2x^2-x+x^2+2x+1-5}{x-1}$

أي $x^2-2x-1-\dfrac{5}{x-1}=\dfrac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=f(x)$

2- حساب النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x}=\lim_{x\to-\infty}x^2=+\infty$$

$$\lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^-}\frac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=+\infty$$ لأن $$\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^-}\left(x^3-3x^2+x-4\right)=-5\\ \lim\limits_{x\to1^-}(x-1)=0^-\end{cases}$$

$$\lim_{x\to1^+} f(x)=\lim_{x\to1^+}\frac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=-\infty$$ لأن $$\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^+}\left(x^3-3x^2+x-4\right)=-5\\ \lim\limits_{x\to1^+}(x-1)=0^+\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-3x^2+x-4}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x}=\lim_{x\to+\infty}x^2=+\infty$$

3- دراسة اتجاه تغير الدالة f :

- **حساب المشتقة :**

$$f'(x)=2x-2+\frac{5}{(x-1)^2}=\frac{2(x-1)^3+5}{(x-1)^2}$$

أي $$f'(x)=\frac{2\left(x^3-3x^2+3x-1\right)+5}{(x-1)^2}=\frac{2x^3-6x^2+6x+3}{(x-1)^2}$$

ومنه : $$f'(x)=\frac{\ddot{\ }(x)}{(x-1)^2}$$

- **جدول تغيرات الدالة f :**

إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $\ddot{\ }(x)$

x	$-\infty$		$\sim$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\sim)$	↗ $+\infty$	|| $-\infty$	↗	$+\infty$

4- حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-\left(x^2-2x-1\right)\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\left(x^2-2x-1\right)\right)$:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-\left(x^2-2x-1\right)\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(x^2-2x-1-\frac{5}{x-1}-x^2+2x+1\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(-\frac{5}{x-1}\right)=0$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-\left(x^2-2x-1\right)\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x^2-2x-1-\frac{5}{x-1}-x^2+2x+1\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(-\frac{5}{x-1}\right)=0$$

التفسير الهندسي :

المنحنى (P) الممثل للدالة $x\mapsto x^2-2x-1$ منحنى مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$

5- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (P) :

- ندرس إشارة الفرق $f(x)-\left(x^2-2x-1\right)=-\frac{5}{x-1}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-\left(x^2-2x-1\right)$	$+$	||	$-$
الوضع النسبي	(C_f) يقع فوق (P)		(C_f) يقع تحت (P)

-6 تبيان أنّ $f(\alpha)=\frac{15}{2(1-\alpha)}-2$:

- لدينا : $f(\alpha)=\frac{\alpha^3-3\alpha^2+\alpha-4}{\alpha-1}$ ... $(*)$
- ولدينا : $(\alpha)=0$ أي $2\alpha^3-6\alpha^2+6\alpha+3=0$

ومنه $2\alpha^3=6\alpha^2-6\alpha-3$

وبالتالي : $\alpha^3=\frac{6\alpha^2-6\alpha-3}{2}$

بالتعويض في $(*)$ نجد : $f(\alpha)=\frac{\frac{6\alpha^2-6\alpha-3}{2}-3\alpha^2+\alpha-4}{\alpha-1}$

أي $f(\alpha)=\frac{\frac{6\alpha^2-6\alpha-3-6\alpha^2+2\alpha-8}{2}}{\alpha-1}$ ومنه $f(\alpha)=\frac{\frac{-4\alpha-11}{2}}{\alpha-1}$

(بإستعمال القسمة) $f(\alpha)=\frac{-4\alpha-11}{2(\alpha-1)}=-2+\frac{15}{2(\alpha-1)}$

إذن : $f(\alpha)=\frac{15}{2(1-\alpha)}-2$

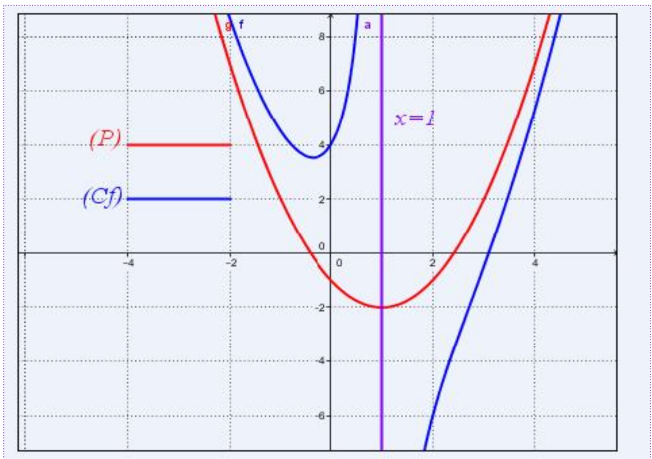
- **استنتاج حصرا لـ** $f(\alpha)$:
- لدينا : $-0.4<\alpha<-0.3$ ومنه $0.3<-\alpha<0.4$ وبالتالي $1+0.3<1-\alpha<1+0.4$

إذن : $\frac{1}{1.4}<\frac{1}{1-\alpha}<\frac{1}{1.3}$ ومنه $\frac{15}{2\times1.4}<\frac{15}{2(1-\alpha)}<\frac{15}{2\times1.3}$

وبالتالي : $\frac{15}{2\times1.4}-2<\frac{15}{2(1-\alpha)}-2<\frac{15}{2\times1.3}-2$

أي $3.36<f(\alpha)<3.77$

-7 الرسم



08 نقاط	**التمرين الثاني :** • لدينا : $h(x)=3\ln(x)-(\ln(x))^2$ $\quad D_h=]0;+\infty[$
	1- تبيان أنّ المستقيم ذي المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C) : • لدينا : $\lim\limits_{x\to0^+}h(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(3\ln(x)-(\ln(x))^2\right)=-\infty$ لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to0^+}\ln(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to0^+}(\ln(x))^2=+\infty\end{cases}$ ومنه $x=0$ مستقيم مقارب عمودي لـ (C).
	2- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3\ln(x)-(\ln(x))^2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)\times(3-\ln(x))=-\infty$ لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(3-\ln(x))=-\infty\end{cases}$
	3- حساب $h'(x)$: • لدينا : $h'(x)=\frac{3}{x}-2\times\frac{1}{x}\times\ln(x)=\frac{3-2\ln(x)}{x}$ أي $h'(x)=\frac{3-2\ln(x)}{x}$
	4- حل المعادلة $3-2\ln(x)=0$ في المجال $]0;+\infty[$: $3-2\ln(x)=0$ يعني $2\ln(x)=3$ ومنه $\ln(x)=\frac{3}{2}$ أي $x=e^{\frac{3}{2}}$ مجموعة الحلول $S=\left\{e^{\frac{3}{2}}\right\}$
	• **حل المتراجحة $3-2\ln(x)>0$:** المتراجحة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ $3-2\ln(x)>0$ يعني $\ln(x)<\frac{3}{2}$ ومنه $x<e^{\frac{3}{2}}$ مجموعة حلول المتراجحة : $S=]0;+\infty[\cap\left]0;e^{\frac{3}{2}}\right[=\left]0;e^{\frac{3}{2}}\right[$ $\quad S=\left]0;e^{\frac{3}{2}}\right[$
	• **استنتاج إشارة $h'(x)$:** • **إشارة** $h'(x)$ من إشارة $3-2\ln(x)$. <table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>$e^{\frac{3}{2}}$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$h'(x)$</td><td>‖</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr></table>
	5- جدول تغيرات الدالة h : $h\left(e^{\frac{3}{2}}\right)=3\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)-\left(\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)\right)^2=3\times\frac{3}{2}-\frac{9}{4}=\frac{9}{4}$ <table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>$e^{\frac{3}{2}}$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$h'(x)$</td><td>‖</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td>‖ $-\infty$</td><td>↗</td><td>$\frac{9}{4}$</td><td>↘</td><td>$-\infty$</td></tr></table>

6- حل المعادلة $h(x)=0$ **:** $h(x)=0 \Leftrightarrow 3\ln(x)-(\ln(x))^2=0$ ومنه $\ln(x)(3-\ln(x))=0$ • **إما :** $\ln(x)=0$ ومنه $x=1$. • **أو** $3-\ln(x)=0$ يعني $\ln(x)=3$ ومنه $x=e^3$ **مجموعة حلول المعادلة** $h(x)=0$ **:** $S=\{1;e^3\}$	
• **التفسير الهندسي لحلول المعادلة** $h(x)=0$ **:** **المنحني** (C) يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين : $E(1;0)$ و $F(e^3;0)$	
7- الرسم : 	

۞ انتهى تصحيح الاختبار الأول ☺

✌ بالتوفيق في البكالوريا 2015 ☺