ثانوية بلحاج قاسم نور الدين + الشارة – الشلف

السنة الدراسية : 2014 – 2015

تصحيح الفرض الثاني المحروس الثلاثي الأول

الشعبة : 3رياضيات

من انجاز : الأستاذ ثابت إبراهيم

05/12/2014

التصحيح	نص الفرض	التنقيط
التمرين الأول :		04 نقاط
تعيين جميع الثنائيات الصحيحة $(x;y)$ التي تحقق : $2x^3+xy-7=0$ لدينا : $2x^3+xy-7=0$ يعني $2x^3+xy=7$ ومنه $x(2x^2+y)=7\ ...(*)$ ولدينا : $7=1\times7=7\times1=(-1)\times(-7)=(-7)\times(-1)$ إذن : $x\in\{-7;-1;1;7\}$ 1- من أجل $x=-7$ بالتعويض في المعادلة $(*)$ نجد : $y=-99$ 2- من أجل $x=-1$ بالتعويض في المعادلة $(*)$ نجد : $y=-9$ 3- من أجل $x=1$ بالتعويض في المعادلة $(*)$ نجد : $y=5$ 4- من أجل $x=7$ بالتعويض في المعادلة $(*)$ نجد : $y=-97$ • مجموعة الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق هي $\{(-7;-99),(-1;-9),(1;5),(7;-97)\}$		02 02
التمرين الثاني :		16 نقطة
الجزء الأول : • لدينا : $g(x)=-4+(4-2x)e^x$		
1- دراسة تغيرات الدالة g : أ) حساب النهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-4+(4-2x)e^x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-4+4e^x-2xe^x\right)=-4$ لأنّ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}4e^x=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2xe^x\right)=0\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-4+(4-2x)e^x\right)=-\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}(4-2x)e^x=-\infty$		2×0.5
1- ب) حساب المشتقة : $g'(x)=-2e^x+(4-2x)e^x=(-2+4-2x)e^x$ أي $g'(x)=(2-2x)e^x$		0.75
• دراسة إشارة المشتقة : $g'(x)=0$ يعني $2-2x=0$ ومنه $x=1$ • جدول إشارة المشتقة : إشارة $g'(x)$ من نفس إشارة $2-2x$ لأنّ $e^x>0$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ 1 $+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr></table>		0.75

- جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	-4	$\nearrow$	$-4+2e$	$\searrow$	$-\infty$

01

-2 تبيان أنَ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر $\sim$ حيث $1.59<\sim<1.60$:

- لدينا : $g(0)=-4+(4-2\times0)e^{0}=-4+4=0$ ومنه 0 حل للمعادلة $g(x)=0$.
- ولدينا g مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[1.59;1.60]$

$$g(1.59)=-4+(4-2\times1.59)e^{1.59}=0.02$$

و

$$g(1.60)=-4+(4-2\times1.60)e^{1.60}=-0.04$$

أي $g(1.59)\times g(1.60)<0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ حيث $1.59<\sim<1.60$

01

-3 لستنتاج إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		0		$\sim$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

01

الجزء الثاني :

لدينا : $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}$ $\qquad D_f=]-\infty;+\infty[$

-1 تبيان أنَ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $y=-1$ و $y=0$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$ على الترتيب :

- لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{-2x}=-1$ لأنَ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x}=0$

ومنه $y=-1$ مستقيم مقارب أفقي للمنحني (C_f) عند $-\infty$.

- ولدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{e^{x}}{x}-\frac{2}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{2}{x}}{\frac{e^{x}}{x}-\frac{2}{x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\frac{e^{x}}{x}}=0$

لأنَ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x}=+\infty$ ومنه $y=0$ مستقيم مقارب أفقي للمنحني (C_f) عند $+\infty$

01

-2 أ) البرهان أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$:

- لدينا : $f'(x)=\dfrac{2(e^{x}-2x)-(2x-2)(e^{x}-2)}{(e^{x}-2x)^{2}}=\dfrac{2e^{x}-4x-2xe^{x}+4x+2e^{x}-4}{(e^{x}-2x)^{2}}$

ومنه $f'(x)=\dfrac{(4-2x)e^{x}-4}{(e^{x}-2x)^{2}}=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$

$$\boxed{f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}}$$

01

ب) لستنتاج إشارة $f'(x)$:

إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$ لأنّ المقام موجب .

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

0.5

- **جدول تغيرات الدالة f :**

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	0

01

ج) حساب $f(1)$ ولستنتاج إشارة $f(x)$:

- لدينا : $f(1)=\dfrac{2\times1-2}{e^1-2\times1}=0$
- إشارة $f(x)$ **:**

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

0.5

3) أ) تبيان أنَ $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$:

- **لدينا :** $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha-2}{e^{\alpha}-2\alpha}$
- **ولدينا :** $g(\alpha)=0$ يعني $-4+(4-2\alpha)e^{\alpha}=0$ ومنه $(4-2\alpha)e^{\alpha}=4$

أي $e^{\alpha}=\dfrac{4}{4-2\alpha}$

إذن :

$$f(\alpha)=\frac{2\alpha-2}{e^{\alpha}-2\alpha}=\frac{2\alpha-2}{\frac{4}{4-2\alpha}-2\alpha}=\frac{2\alpha-2}{\frac{4-8\alpha+4\alpha^2}{4-2\alpha}}=\frac{(2\alpha-2)(4-2\alpha)}{4(\alpha^2-2\alpha+1)}=\frac{4(\alpha-1)(2-\alpha)}{4(\alpha-1)^2}$$

أي $f(\alpha)=\dfrac{2-\alpha}{\alpha-1}=\dfrac{-\alpha+1+1}{\alpha-1}=\dfrac{-(\alpha-1)+1}{\alpha-1}=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$

وبالتالي : $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$

01

ب) حصر $f(\alpha)$:

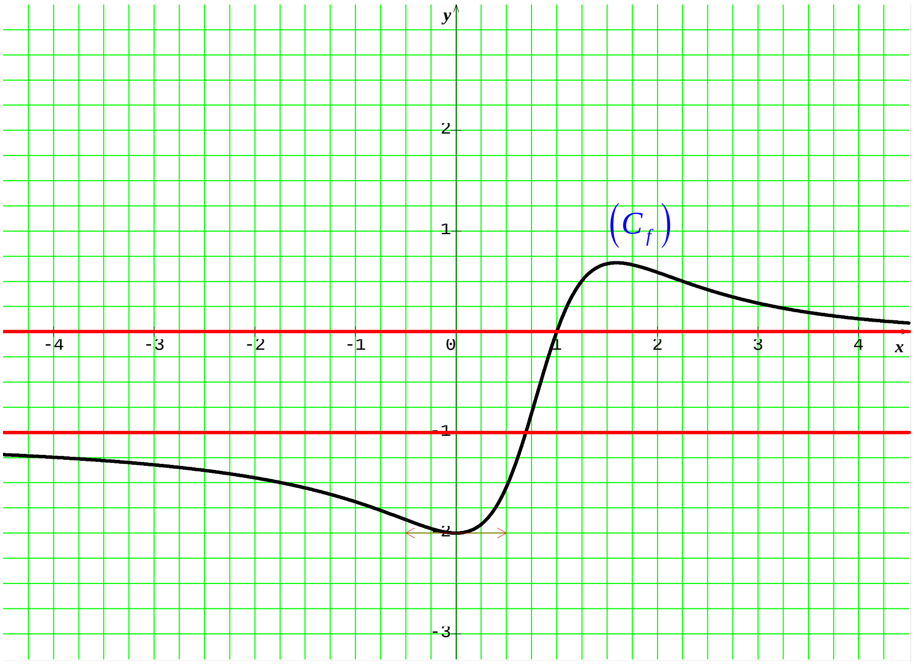
لدينا : $1.59<\alpha<1.60$ ومنه $0.59<\alpha-1<0.60$

وبالتالي : $\dfrac{1}{0.60}<\dfrac{1}{\alpha-1}<\dfrac{1}{0.59}$ ومنه $1.67<\dfrac{1}{\alpha-1}<1.69$

إذن : $0.67<-1+\dfrac{1}{\alpha-1}<0.69$

$0.67<f(\alpha)<0.69$

0.5

01	**ج) الرسم** 
01.5	**4) المناقشة البيانية لحلول المعادلة ذات الوسيط** m: $2x-2=\left(e^{x}-2x\right)(m+1)$ $2x-2=\left(e^{x}-2x\right)(m+1)\Leftrightarrow\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}=m+1$ أي $f(x)=m+1$ حلول المعادلة بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحني $\left(C_f\right)$ مع المستقيم ذي المعادلة $y=m+1$ **الموازي لحامل محور الفواصل.** • إذا كان $(m+1)\in\left]-\infty;-2\right[$ أي $m\in\left]-\infty;-3\right[$ المعادلة ليس لها حل . • إذا كان $m+1=-2$ أي $m=-3$ **المعادلة تقبل حلا مضاعفا معدوما .** • إذا كان $(m+1)\in\left]-2;-1\right[$ أي $m\in\left]-3;-2\right[$ المعادلة تقبل حلين أحدهما سالب و الآخر موجب . • إذا كان $(m+1)\in\left[-1;0\right]$ أي $m\in\left[-2;-1\right]$ المعادلة تقبل حلا وحيدا موجبا . • إذا كان $(m+1)\in\left]0;f(\sim)\right[$ أي $m\in\left]-1;f(\sim)-1\right[$ المعادلة تقبل حلين موجبين . • إذا كان $m+1=f(\sim)$ أي $m=f(\sim)-1$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا هو ~. • إذا كان $(m+1)\in\left]f(\sim);+\infty\right[$ أي $m\in\left]f(\sim)-1;+\infty\right[$ المعادلة ليس لها حل .
	5) لدينا : $h(x)=\left[f(x)\right]^{2}$ $D_h=¡\ =\left]-\infty;+\infty\right[$
01	**أ) حساب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$:** • **لدينا :** $h'(x)=2f(x)\times f'(x)$ • **استنتاج إشارة $h'(x)$:**

x	$-\infty$		0		1		$\sim$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	⋮	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	⋮	$-$	0	$+$	⋮	$+$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

01.5	**ب) جدول تغيرات الدالة** h :

x	$-\infty$		0		1		$\sim$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\left(f(\sim)\right)^2$	$\searrow$	0

انتهى تصحيح الفرض الثاني المحروس ✌ بالتوفيق في البكالوريا 2015 ☺