

التنقيط	التصحيح
05	التمرين الأول :
	لدينا : $ABCDEF GH$ متوازي مستويات حيث ، $\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}$, $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$
0.5	$\therefore \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$: (1) لدينا : $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AE} = 3\vec{k}$, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$
0.25 + 0.25	(تعين أحد ثيبي كل من الشعاعين \overrightarrow{EG} \overrightarrow{EB} لدينا : $\overrightarrow{EG}(2;4;0)$ $\overrightarrow{EB}(2;0;-3)$ (كتابة معادلة ديكارتية للمستوى (EBG))
	طريقة 1 لدينا : \overrightarrow{EG} شعاعي توجيه للمستوى (EBG) $M(x; y; z)$ يعني يوجد عدداً حقيقياً S بحيث يكون: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4S \\ z = -3 \end{cases} + S \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{EB} + S \overrightarrow{EG}$ ومنه: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4S \\ z = -3 \end{cases} + S \in \mathbb{R}^2$ من الجملة السابقة لدينا: $\begin{cases} 3x + 2z = 3(2) + 2(-3) + 3 \\ y = 4S \end{cases}$ ومنه: $3x + 2z = 6S + 6$ $3x + 2z - \frac{3}{2}y - 6 = 0$
0.75	(EBG) $6x - 3y + 4z - 12 = 0$ $\overrightarrow{n}(a, b, c)$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 \\ 4b = -2 \\ 3c = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a - 3c = 0 \\ 2a + 4b = 0 \\ a = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{EB} = 0 \\ \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{EG} = 0 \end{cases}$ (EBG) هي معادلة ديكارتية للمستوى $x - \frac{1}{2}y + \frac{2}{3}z + d = 0$ بالتعويض عن إحداثيات النقطة B $d = -2$ $6x - 3y + 4z - 12 = 0$ أو $x - \frac{1}{2}y + \frac{2}{3}z - 2 = 0$ و منه

$$M(2r; 4r; 3r) \quad r \in \mathbb{R} - \{1\} \quad \text{لدينا : (2)}$$

$$:G \quad M \in (AG) \quad ($$

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t; (t \in \mathbb{R}) : (AG) \\ z = 3t \end{cases}$$

تمثيل وسيطي للمستقيم (AG)

0.5

$$\begin{cases} t = r \\ t = r \text{ منه} \\ t = r \end{cases} \quad \begin{cases} 2r = 2t \\ 4r = 4t : \\ 3r = 3t \end{cases} \quad M \quad \text{بإحداثيات}$$

$$r \in \mathbb{R} - \{1\} \quad G \quad \text{تنتمي إلى المستقيم } M$$

$$:(EBG) \quad M(2r; 4r; 3r) \quad ($$

$$\begin{array}{lll} : (EBG) & M(2r; 4r; 3r) & (\\ r \neq 1 & 6(2r) - 3(4r) + 4(3r) - 12 = 12r - 12 & \\ & 12r - 12 \neq 0 & \end{array}$$

$$:r \quad V \quad (3) \quad \text{التعبير عن الحجم}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{(EBG)} \times h \quad \text{لدينا :}$$

$$:S_{(EBG)}$$

$$S_{(EBG)} = \frac{1}{2} \times EB \times EG \times \sin \widehat{BEG} \quad \text{لدينا :}$$

$$:\sin \widehat{BEG}$$

$$\cos \widehat{BEG} = \frac{\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{EG}}{EB \times EG} = \frac{4}{2\sqrt{65}} = \frac{2}{\sqrt{65}} \quad \text{لدينا :}$$

$$\sin^2 \widehat{BEG} + \frac{4}{65} = 1 \quad \text{ومنه} \quad \sin^2 \widehat{BEG} + \cos^2 \widehat{BEG} = 1 \quad \text{ولدينا :}$$

$$\sin \widehat{BEG} = \frac{\sqrt{61}}{\sqrt{65}} \quad \sin^2 \widehat{BEG} = 1 - \frac{4}{65} = \frac{61}{65}$$

$$S_{(EBG)} = \sqrt{61} \text{ us} \quad S_{(EBG)} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{65} \times \frac{\sqrt{61}}{\sqrt{65}} = \sqrt{61} :$$

$$:h$$

$$h = d(M, (BEG)) = \frac{|12r - 12|}{\sqrt{36 + 9 + 16}} = \frac{12|r - 1|}{\sqrt{61}}$$

$$V = \frac{1}{3} \sqrt{61} \times \frac{12|r - 1|}{\sqrt{61}} = 4|r - 1| :$$

$$V = 4|r - 1| uv$$

$$:AEBG \quad ($$

0.75

$$V_{AEBG} = \frac{1}{3} S_{AEB} \times GF$$

لدينا : $S_{AEB} = \frac{1}{2} \times AB \times AE = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3uv$

و لدينا : $GF = AD = 4$

$$V_{AEBG} = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 = 4uv$$

() تعين قيمة r بحيث يكون الحجم V مساوياً لحجم متوازي المستويات $: ABCDEFGH$

لدينا : $V_{ABCDEGH} = 2 \times 3 \times 4 = 24uv$

$$4|r - 1| = 24 \quad \text{يعني} \quad V = V_{ABCDEGH}$$

$$|r - 1| = 6 \quad \text{ومنه}$$

$$r = 7 \quad \text{ومنه} \quad r - 1 = 6 :$$

$$r = -5 \quad \text{ومنه} \quad r - 1 = -6 :$$

$$r \in \{-5; 7\}$$

0.75

التمرين الثاني :

$$\therefore \mathbb{C} \quad (z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21) = 0 \quad (1)$$

$$z^2 - 6z + 21 = 0 \quad z^2 + 3 = 0 \quad \text{يكافى} \quad (z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21) = 0$$

$$\therefore z^2 + 3 = 0$$

$$z = -i\sqrt{3} \quad z = i\sqrt{3} \quad \text{يكافى} \quad z^2 = -3 = (i\sqrt{3})^2 \quad \text{يكافى} \quad z^2 + 3 = 0$$

$$\therefore z^2 - 6z + 21 = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(21) = 36 - 84 = -48 \quad \text{حساب المميز :}$$

$$\Delta = -48 = (4i\sqrt{3})^2$$

0.5

$$z_2 = \bar{z}_1 = 3 + 2i\sqrt{3} \quad z_1 = \frac{6 - 4i\sqrt{3}}{2} = 3 - 2i\sqrt{3} \quad \text{المعادلة تقبل حلین هما :}$$

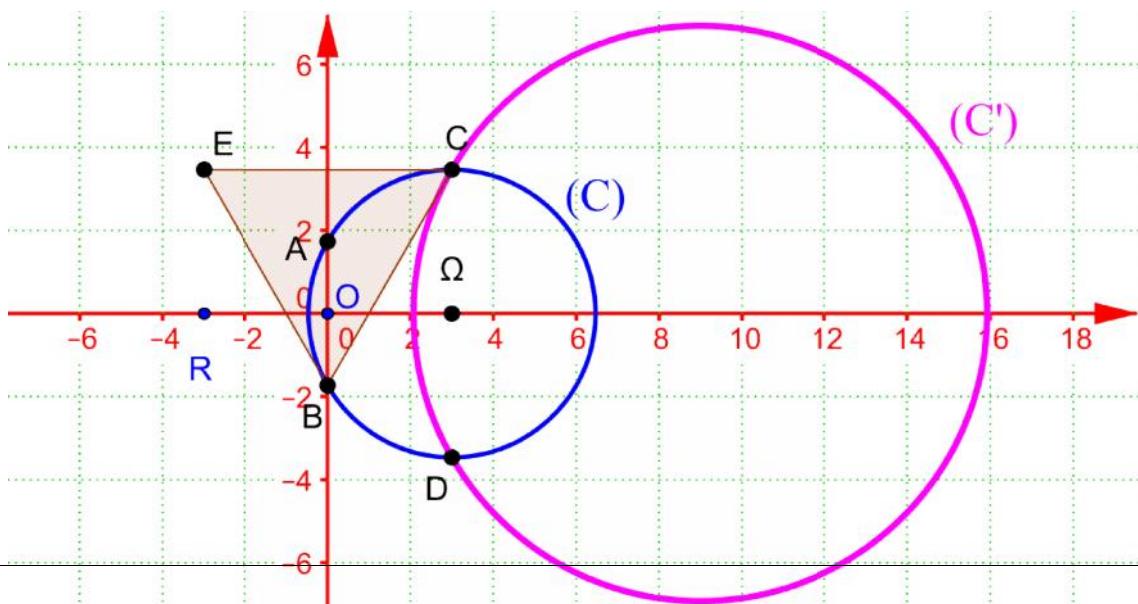
$$S = \{-i\sqrt{3}, i\sqrt{3}, 3 - 2i\sqrt{3}, 3 + 2i\sqrt{3}\} :$$

0.5

() تعليم النقط :

لدينا : $z_D = 3 - 2i\sqrt{3}, z_c = 3 + 2i\sqrt{3}, z_B = -i\sqrt{3}, z_A = i\sqrt{3}$

0.5



	$\Omega(z_\Omega = 3)$ (C) $D \subset C, B, A$ تبيان أن النقطة	
0.5	$\Omega A = z_A - z_\Omega = i\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ لدينا : $\Omega B = z_B - z_\Omega = -i\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $\Omega C = z_C - z_\Omega = 3 + 2i\sqrt{3} - 3 = 2i\sqrt{3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $\Omega D = z_D - z_\Omega = 3 - 2i\sqrt{3} - 3 = -2i\sqrt{3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $\Omega A = \Omega B = \Omega C = \Omega D = 2\sqrt{3}$:	$\Omega(z_\Omega = 3)$ (C) $D \subset C, B, A$ ومنه $r = 2\sqrt{3}$ قطرها
0.25	O D E هي نظيرة الثالث $z_E = -3 + 2i\sqrt{3}$ لدينا (3)	
0.5	$\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{f}{3}}$ () $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = \frac{3 + 2i\sqrt{3} + i\sqrt{3}}{-3 + 2i\sqrt{3} + i\sqrt{3}} = \frac{3 + 3i\sqrt{3}}{-3 + 3i\sqrt{3}}$ $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{-1 + i\sqrt{3}} = \frac{(1 + i\sqrt{3})(-1 - i\sqrt{3})}{(-1 + i\sqrt{3})(-1 - i\sqrt{3})} = \frac{-1 - i\sqrt{3} - i\sqrt{3} + 3}{4}$ $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{f}{3}}$: $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = \frac{2}{4} - i\frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ومنه	
0.25	$\vec{BE}, \vec{BC} = -\frac{f}{3}$ $BC = BE$ يعني $\frac{BC}{BE} = 1$ $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{f}{3}}$ لدينا استنتاج طبيعة المثلث BEC متواليس الأضلاع	
0.5	z M (E) عين طبيعة () $z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$ $z - 3 = 2\sqrt{3}e^{i\theta}$ يعني $z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$ لدينا $\Omega M = 2\sqrt{3}$ $ z - 3 = 2\sqrt{3}$ ومنه $\Omega(z_\Omega = 3)$ (C) هي (E) $r = 2\sqrt{3}$ قطرها	
0.5	$\theta \in \mathbb{R}$ حيث $z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$ M تعين مجموعة النقطة $\Omega M = 2\sqrt{3}$ يعني $z - 3 = 2\sqrt{3}e^{i\theta}$ لدينا : $r = 2\sqrt{3}$ $\Omega(z_\Omega = 3)$ (C) ومنه مجموعة النقطة هي الدائرة	

0.5	$.k = 2$ ونسبة $R(z_R = -3)$ $z' - z_\Omega = k(z - z_\Omega)$ يعني $h(M) = M'$ $z' + 3 = 2(z + 3)$ $z' = 2z + 3 : h$ ومنه $:h \quad (C) \quad (C')$ $S_{(C)} = \pi r^2 = \pi (2\sqrt{3})^2 = 12\pi \text{ uA}$ $: (C')$ $S_{(C')} = \pi (2r)^2 = 4S_{(C)} = 48\pi \text{ uA}$	لـ h لـ (4)
0.5	$S_{(C)} = \pi r^2 = \pi (2\sqrt{3})^2 = 12\pi \text{ uA}$ $: (C')$ $S_{(C')} = \pi (2r)^2 = 4S_{(C)} = 48\pi \text{ uA}$	لـ (C) لـ (C')
04	التمرين الثالث	
	$u_{n+1} = \frac{4u_n}{1+u_n} \quad n$ لدينا: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي	
0.25 + 0.25	$u_2 = \frac{4u_1}{1+u_1} = \frac{4 \times 2}{1+2} = \frac{8}{3}$ $u_1 = \frac{4u_0}{1+u_0} = \frac{4}{1+1} = 2$	دـ u_2, u_1 دـ (1)
	$: 0 < u_n < 3 \quad n$ البرهان بالترابع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n هذه الخاصية.	
	$P(n)$ لدينا: $n = 0 \quad -1$ $.n = 0 \quad P(n) \quad 0 < 1 < 3 \quad u_0 = 1$ n طبيعي $0 < u_n < 3 \quad P(n) \quad -2$ n من أجل كل عدد طبيعي $0 < u_{n+1} < 3 \quad P(n+1)$ وبرهن صحة	
0.75	$\frac{1}{4} < \frac{1}{1+u_n} < 1 \quad 1 < 1+u_n < 4 \quad \text{منه} \quad 0 < 4u_n < 12 \quad \text{ومنه} \quad 0 < u_n < 3$ لدينا:	لـ $0 < u_n < 3$
	$\frac{4u_n}{1+u_n} = 4 - \frac{4}{1+u_n}$ ولدينا: $4 - 4 < 4 - \frac{4}{1+u_n} < 4 - 1 \quad -4 < -\frac{4}{1+u_n} < -1$ $P(n+1) \quad 0 < u_{n+1} < 3$ ومنه	
	$0 < u_n < 3 \quad n$ حسب مبدأ الاستدلال بالترابع فإنه من أجل كل عدد طبيعي	
	$v_n = \frac{u_n - 3}{u_n}$ لدينا: عدد طبيعي n لدينا	
0.75	$: q = \frac{1}{4}$ تبيان أن المتالية (v_n) هندسية أساسها	لـ $q = \frac{1}{4}$ لـ (2)
	$v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 3}{u_{n+1}}$ ومنه	

$$v_{n+1} = \frac{\frac{4u_n}{1+u_n} - 3}{\frac{4u_n}{1+u_n}} = \frac{\frac{4u_n - 3 - 3u_n}{1+u_n}}{\frac{4u_n}{1+u_n}} = \frac{u_n - 3}{4u_n} = \frac{1}{4} \times \frac{u_n - 3}{u_n}$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{4} v_n$$

$$v_0 = \frac{u_0 - 3}{u_0} = \frac{1 - 3}{1} = -2 \quad \text{وـحدـهـاـ الـأـولـ} \\ q = \frac{1}{4} \quad \text{وـمـنـهـ هـنـدـسـيـةـ أـسـاسـهـاـ} (v_n)$$

0.25

$$: n \quad v_n \quad ($$

$$v_n = v_0 q^n = -2 \left(\frac{1}{4} \right)^n$$

0.5

$$v_n u_n = u_n - 3 \quad \text{يعني} \quad v_n = \frac{u_n - 3}{u_n}$$

$$u_n = \frac{3}{1 - v_n} = \frac{3}{1 + 2 \left(\frac{1}{4} \right)^n} \quad \text{وـمـنـهـ} \\$$

0.25

نهاية المتالية (u_n)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4} \right)^n = 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{1 + 2 \left(\frac{1}{4} \right)^n} = 3$$

$$(3) \quad \text{لـديـنـاـ مـنـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ} \quad S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n \quad w_n = \frac{3}{u_n} \quad n$$

0.25

تـبـيـانـ أـنـهـ مـنـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ

$$1 - v_n = 1 - \frac{u_n - 3}{u_n} = \frac{u_n - u_n + 3}{u_n} = \frac{3}{u_n} = w_n : \quad \text{لـديـنـاـ} \\$$

$$w_n = 1 - v_n$$

$$(\text{تـبـيـانـ أـنـهـ مـنـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ}) \quad S_n = n + 1 + \frac{8}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right] n$$

لـديـنـاـ :

0.5

$$S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n = 1 - v_0 + 1 - v_1 + \dots + 1 - v_n = 1 \times (n+1) - (v_0 + v_1 + \dots + v_n)$$

$$S_n = n + 1 - v_0 \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right) = n + 1 - (-2) \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{4}} \right)$$

$$S_n = n + 1 + 2 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1}}{\frac{3}{4}} \right) = n + 1 + \frac{8}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right)$$

: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$ (

0.25

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + 1 + \frac{8}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right)}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{8}{3n} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right) \right] = 1$$

06

التمرين الرابع

]0; +∞[$g(x) = x^2 + 3x - 4 + 4 \ln x$: لدينا

(1) حساب نهايتي الدالة : g

2 × 0.25

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty & \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 3x - 4 + 4 \ln x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3x - 4) = +\infty & \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 3x - 4 + 4 \ln x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty & \end{cases}$$

0.25

(2) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$g'(x) = \frac{2x^2 + 3x + 4}{x}$$

لدينا : $g'(x) = 2x + 3 + \frac{4}{x} = \frac{2x^2 + 3x + 4}{x}$

استنتاج اتجاه تغير الدالة : g

$x \in]0; +\infty[\quad 2x^2 + 3x + 4 = 0 \quad g'(x) = 0$ يعني

حساب المميز : $\Delta = (3)^2 - 4(2)(4) = -23 < 0$

. \mathbb{R} المعادلة ليس لها حل

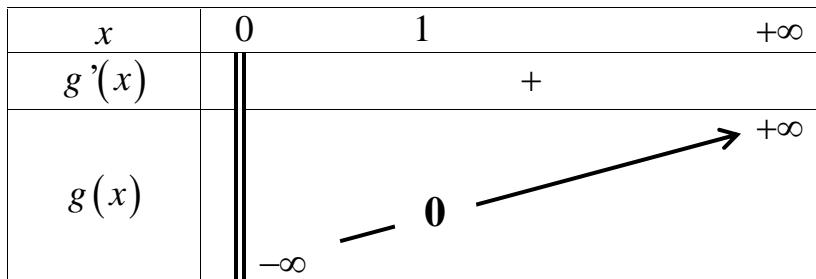
$2x^2 + 3x + 4$

:

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+

جدول تغيرات الدالة : g

0.5



$$: g(x) \qquad \qquad g(1)$$

$$g(1) = 1^2 + 3 \times 1 - 4 + 4 \ln 1 = 4 - 4 = 0 \quad \text{لدينا: } g(1)$$

$$: g(x)$$

0.25 + 0.25

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$		-	0 +

$$]0; +\infty[\quad f(x) = x + 3 \ln x - \frac{4 \ln x}{x} : \text{لدينا: } \underline{\hspace{2cm}}$$

: f نهائية الدالة (1)

0.25

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x + 3 \ln x - \frac{4 \ln x}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} (x^2 + 3x \ln x - 4 \ln x) = +\infty$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} (-4 \ln x) = +\infty \end{cases} :$$

0.25

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} 3 \ln x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{4 \ln x}{x} \right) = 0 \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 3 \ln x - \frac{4 \ln x}{x} \right) = +\infty$$

$$: f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} \quad]0; +\infty[$$

(2) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x

0.25

$$f'(x) = 1 + \frac{3}{x} - 4 \times \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x}{x^2} = \frac{x^2 + 3x - 4 + 4 \ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2} : \text{لدينا}$$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

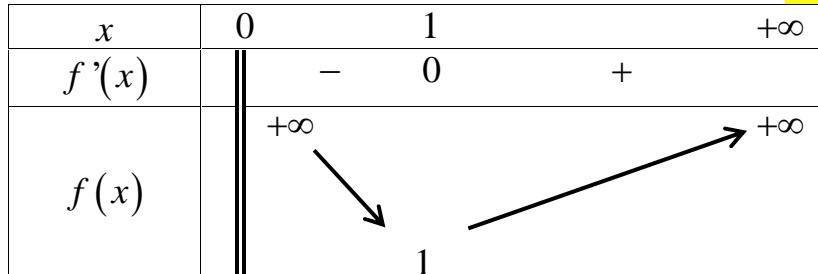
: f انتاج اتجاه تغير الدالة

0.25

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	

: f جدول تغيرات الدالة

0.5



: (D) : $y = x$ بالنسبة إلى المستقيم (C_f) (3)

$$: f(x) - x$$

0.75

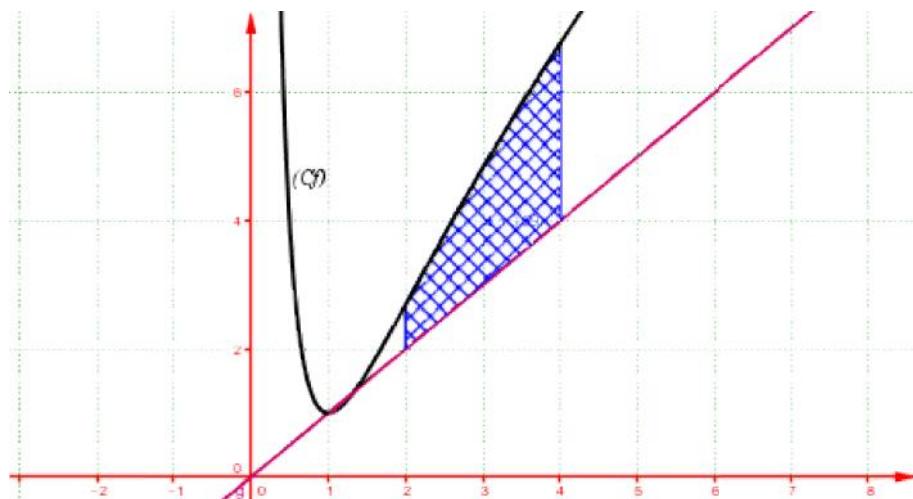
$$f(x) - x = x + 3\ln x - \frac{4\ln x}{x} - x = 3\ln x - \frac{4\ln x}{x} = \ln x \left(3 - \frac{4}{x}\right)$$

$$f(x) - x = \left(\frac{3x - 4}{x}\right) \ln x$$

x	0	1	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$3x - 4$	-	-	0	+
$\ln x$		-0+		+
$f(x) - y$		+0-	0	+

(D) (C_f) (D) (C_f) (D) (C_f)
 (C_f) يقطع (D) (C_f) يقطع (D)

0.75



$$\therefore \int_2^4 \ln x \, dx \quad (4)$$

$$u'(x) = \frac{1}{x} \quad \text{منه} \quad u(x) = \ln x \quad :$$

$$v'(x) = 1 \quad v(x) = x$$

0.25

$$\int_2^4 \ln x \, dx = [x \ln x]_2^4 - \int_2^4 \frac{1}{x} \times x \, dx = [x \ln x]_2^4 - \int_2^4 dx = [x \ln x - x]_1^4 : \text{لدينا}$$

$$\int_2^4 \ln x \, dx = 4 \ln 4 - 4 - (2 \ln 2 - 2) = 3 \ln 4 - 2 \quad \text{ومنه}$$

$$\int_2^4 \ln x \, dx = 3 \ln 4 - 2$$

لحيز المستوى المحدد بالمنحنى (Γ) والمستقيم (D) $A \quad cm^2$ ()

$x = 4 \quad x = 2$ و المستقيمين اللذين معادلاتها هما

$$A = \int_2^4 (f(x) - x) dx = \int_2^4 \left(3 \ln x - \frac{4 \ln x}{x} \right) dx$$

$$A = \int_2^4 (f(x) - x) dx = \int_2^4 (3 \ln x) dx - \int_2^4 \frac{4 \ln x}{x} dx$$

0.5 $A = 3(3 \ln 4 - 2) - \left[2(\ln x)^2 \right]_2^4 = 9 \ln 4 - 6 - 2(\ln 4)^2 + 2(\ln 2)^2$ ومنه

$$A = 32.3 \text{ } cm^2 \quad A = \left[-2(\ln 4)^2 + 2(\ln 2)^2 + 9 \ln 4 - 6 \right] \times 9 \text{ } cm^2:$$

انتهي تصحيح الموضوع الأول للبكالوريا التجريبية 2015 – الشعبة علوم تجريبية ☺
لا مع تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا 2015 ☺

