تصحيح البكالوريا التجريبي دورة ماي 2015 الشعبة علوم تجريبية

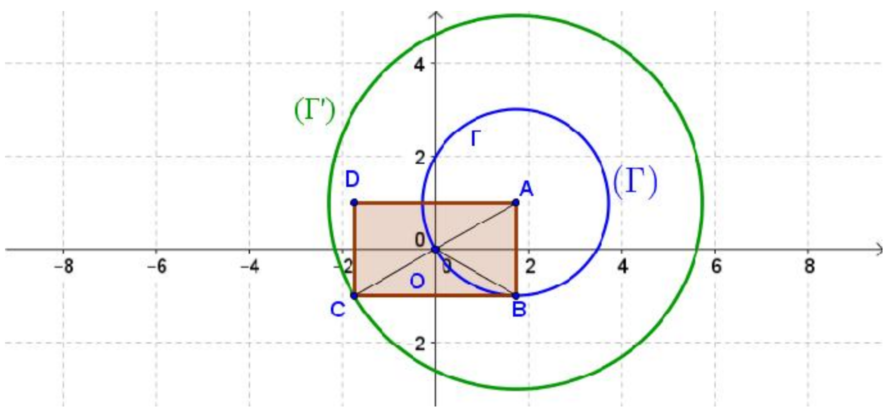
الموضوع الثاني

<table>
<tr><th>العلامة</th><th>التصحيح</th></tr>
<tr><td></td><td>التمرين الأول:</td></tr>
<tr><td></td><td>لدينا : نعتبر النقطتين $A(1;-1;2)$ ، $B(2;2;0)$ والمستوي (P) الذي معادلته $x+y-z-1=0$</td></tr>
<tr><td>0.75
0.25</td><td>
1) المسافة بين النقطة O و المستقيم (AB) هي :
- تعيين تمثيل وسيطي للمستقيم :
شعاع توجيه المستقيم (AB) هو $\overrightarrow{AB}(1;3;-2)$
إذن: $\begin{cases} x=t+1 \\ y=3t-1 \\ z=-2t+2 \end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$
- تعيين إحداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (AB):
لدينا : $O'(t+1;3t-1;-2t+2)$
ومنه $\overrightarrow{OO'}(t+1;3t-1;-2t+2)$
ولدينا : $\overrightarrow{OO'}.\overrightarrow{AB}=0$ ومنه $1\times(t+1)+3\times(3t-1)-2\times(-2t+2)=0$
أي $14t-6=0$
ومنه $t=\frac{3}{7}$ وبالتالي $O'\left(\frac{10}{7};\frac{2}{7};\frac{8}{7}\right)$
- حساب المسافة $d(O,(AB))=OO'$:
$d(O,(AB))=OO'=\sqrt{\left(\frac{10}{7}\right)^2+\left(\frac{2}{7}\right)^2+\left(\frac{8}{7}\right)^2}=\frac{2\sqrt{42}}{7}$
☜ الاجابة الصحيحة ج2
</td></tr>
<tr><td>0.75
0.25</td><td>
2) المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) هي :
- التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) المار من النقطة B والعمودي على المستوي (P)
$\begin{cases} x=2+t \\ y=2+t; \ (t\in\mathbb{R}) \\ z=-t \end{cases}$
- المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) هي نقطة تقاطع (Δ) مع (P) يعني حل الجملة
- لدينا : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} \begin{cases} x=2+t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases} \\ x+y-z=1 \end{cases}$ ومنه $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} \begin{cases} x=2+t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases} \\ 2+t+2+t+t=1 \end{cases}$ وبالتالي $\begin{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \\ t=-1 \end{cases}$
ومنه $A(1;1;1)$ الإجابة الصحيحة ج 3
</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>
3) معادلة سطح الكرة التي مركزها O والمتماسة مع (P) هي :
- حساب المسافة بين O مع المستوي (P): $d(O,(P))=\frac{|0+0+0-1|}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$
</td></tr>
</table>

معادلة سطح الكرة التي تمس (P) ومركزها O هي : $x^2+y^2+z^2=\frac{1}{3}$ **الاجابة الصحيحة هي ج1**	0.25
4) المستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (AB) ويشمل النقطة $C(1;-2;3)$ له تمثيلا وسيطيا هو : - هو المستوي الذي يشمل النقطة $A(1;-1;2)$ و $\overrightarrow{AB}(1;3;-2)$ و $\overrightarrow{AC}(0;-1;1)$ شعاعي توجيه له , - من أجل كل نقطة $M(x;y;z)$ من الفضاء يوجد عددان حقيقيان t,λ بحيث يكون : $\overrightarrow{AM}=t\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AC}$ أي $\begin{cases}x=t+1\\ y=3t-\lambda-1\\ z=-2t+\lambda+2\end{cases}$; $(t;\lambda)\in\mathbb{R}^2$ **الاجابة الصحيحة هي : ج1**	0.75 0.25
5) المجموعة (E) للنقط من الفضاء التي تحقق $AM=BM$ لها معادلة من الشكل : - المجموعة (E) هي المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ الشعاع $\overrightarrow{AB}(1;3;-2)$ ناظمي له . ولتكن النقطة $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};1\right)$ منتصف القطعة $[AB]$ تحقق المعادلة $x+3y-2z-1=0$ لان $\frac{3}{2}+3\times\frac{1}{2}-2\times1-1=0$ إذن : $(E):x+3y-2z-1=0$ **الاجابة الصحيحة هي ج 2**	0.75 0.25
التمرين الثاني :	
1) حل المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ - حسب المميز : $\Delta=\left(-2\sqrt{3}\right)^2-4\times4=12-16=-4=(2i)^2$ - المعادلة تقبل حلين هما : $z_1=\frac{2\sqrt{3}+2i}{2}=\sqrt{3}+i$, $z_2=\frac{2\sqrt{3}-2i}{2}=\sqrt{3}-i$, مجموعة الحلول $S=\left\{\sqrt{3}-i,\ \sqrt{3}+i\right\}$	0.25 0.25+0.25
2) كتابة الحلول على الشكل المثلثي: - لدينا : $z_1=\sqrt{3}+i$ حساب الطويلة : $\lvert z_1\rvert=\lvert\sqrt{3}+i\rvert=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=\sqrt{4}=2$ تعيين عمدة للعدد $z_1=\sqrt{3}+i$: نضع $\theta_1=\arg(z_1)$ لدينا $\begin{cases}\cos\theta_1=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta_1=\frac{1}{2}\end{cases}$ ومنه $\theta_1=\frac{\pi}{6}+2k\pi;(k\in\mathbb{Z})$ أي $z_1=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$	0.25

- **كتابة** $z_2=\sqrt{3}-i$ **على الشكل المثلثي :** $z_2=\overline{z_1}=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$	0.25
3) لدينا : $z_A=\sqrt{3}+i$, $z_B=\sqrt{3}-i$, $z_C=-\sqrt{3}-i$	
أ) تعيين z_D **لاحقة النقطة** D **بحيث يكون الرباعي** $ABCD$ **متوازي أضلاع :** $ABCD$ متوازي أضلاع يعني $z_{\overrightarrow{AD}}=z_{\overrightarrow{BC}}$ أي $z_D-z_A=z_C-z_B$ ومنه $z_D=z_C-z_B+z_A=-\sqrt{3}-i-\sqrt{3}+i+\sqrt{3}+i=-\sqrt{3}+i$ أي $z_D=-\sqrt{3}+i$	0.5
ب) كتابة الأعداد z_A , z_B , z_C **على الشكل الأسي :** - لدينا : $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$, $z_B=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ولدينا : $z_C=-z_A=-2e^{i\frac{\pi}{6}}=2e^{i\pi}\times e^{i\frac{\pi}{6}}=2e^{i\frac{7\pi}{6}}$ أي $z_C=2e^{i\frac{7\pi}{6}}$	0.25 0.25
ج) تعيين العدد الطبيعي n **بحيث يكون** $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ **حقيقيا :** - لدينا : $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n=\left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2}\right)^n\times\left(\frac{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}{2}\right)^n\times\left(\frac{2e^{i\frac{7\pi}{6}}}{2}\right)^n$ **أي** $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{6}}\times e^{-i\frac{n\pi}{6}}\times e^{i\frac{7n\pi}{6}}=e^{i\frac{7n\pi}{6}}$ $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ **حقيقي** يعني $\sin\frac{7n\pi}{6}=0$ ومنه $\frac{7n\pi}{6}=k\pi$ أي $7n\pi=6k\pi$ إذن $7n=6k$ مع $k=7\alpha$ **وبالتالي** $n=6\alpha$ **مع** $\alpha\in\mathbb{N}$	0.25 0.25
4) لدينا العبارة المركبة للتحويل S **من الشكل :** $z'=\left(1-i\sqrt{3}\right)z-\sqrt{3}+3i$	
أ) تعيين طبيعة التحويل S **وعناصره المميزة :** لدينا S من الشكل : $z'=az+b$ حيث $a=1-i\sqrt{3}$, $b=-\sqrt{3}+3i$ إذن : $\|a\|=\left\|1-i\sqrt{3}\right\|=2$ ومنه S تشابه مستوي مباشر نسبته $\|a\|=2$ وزاويته $\theta=\arg(a)=\arg\left(1-i\sqrt{3}\right)=-\frac{\pi}{3}$ لأن $\begin{cases}\cos\theta=\frac{1}{2}\\ \sin\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ ومركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=\frac{b}{1-a}=\frac{-\sqrt{3}+3i}{1-1+i\sqrt{3}}=\frac{-\sqrt{3}+3i}{i\sqrt{3}}\times\frac{-i\sqrt{3}}{-i\sqrt{3}}=\sqrt{3}+i$ أي $z_\Omega=\sqrt{3}+i=z_A$	0.25 0.25

مركز التشابه هو النقطة $A\left(\sqrt{3}+i\right)$	
ب) تعيين طبيعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق $(z-z_A)\left(\overline{z-z_A}\right)=z_C\overline{z_C}$ - لدينا : $(z-z_A)\left(\overline{z-z_A}\right)=\lvert z-z_A\rvert^2$ و $z_C\overline{z_C}=\lvert z_C\rvert^2=4$ $(z-z_A)\left(\overline{z-z_A}\right)=z_C\overline{z_C}$ يكافئ $\lvert z-z_A\rvert^2=4$ ومنه $\lvert z-z_A\rvert=2$ أي $AM=2$ وبالتالي المجموعة (Γ) هي دائرة مركزها $A\left(\sqrt{3}+i\right)$ ونصف قطرها $r=2$	0.5
ج) تعيين (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S: (Γ') هي دائرة مركزها $A\left(\sqrt{3}+i\right)$ لان $S(A)=A$ ونصف قطرها $r'=2r=2\times2=4$	0.25
الرسم:	



التمرين الثالث :	
لدينا : $(1): y'-3y=0$	
1) حل المعادلة التفاضلية (1): - لدينا : $y'-3y=0$ يكافئ $y'=3y$ حلول المعادلة هي الدوال f من الشكل : $f(x)=ce^{3x}$ حيث $c\in\mathbb{R}$	0.5
- تعيين الحل الخاص f الذي يحقق $f\left(-\frac{2}{3}\right)=1$: $f\left(-\frac{2}{3}\right)=1$ يعني $ce^{3\left(-\frac{2}{3}\right)}=1$ ومنه $ce^{-2}=1$ أي $c=e^2$ ومنه $f(x)=e^2\times e^{3x}=e^{3x+2}$	0.25
2) لدينا : $u_n=e^{3n+2}$	
أ) تبيان أن المتتالية (u_n) هندسية : - لدينا : $u_{n+1}=e^{3(n+1)+2}=e^{3n+3+2}=e^3\times e^{3n+2}=e^3\times u_n$ ومنه المتتالية (u_n) هندسية أساسها $q=e^3$ وحدها الأول $u_0=e^2$	0.5 + 0.25 + 0.25
- تقارب المتتالية (u_n) : (u_n) هندسية أساسها $q=e^3$ أي $q>1$ ومنه (u_n)متباعدة	0.25

لدينا : $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} e^{3n+2} = +\infty$	
ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n): - لدينا : $u_{n+1}-u_n = e^{3n+5}-e^{3n+2} = (e^3-1)e^{3n+2}$ بما أن $e^3-1>0$ فإن $u_{n+1}-u_n>0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما .	0.5
3) لدينا : $v_n = \ln(u_n)$	
أ) تبيان أن المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n>0$ ومنه المتتالية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n. **ولدينا :** $v_n = \ln e^{3n+2} = 3n+2$	0.5
ب) تبيان أن المتتالية (v_n) حسابية : - لدينا : $v_{n+1}-v_n = 3(n+1)+2-(3n+2) = 3$ ومنه (v_n) حسابية أساسها $r=3$ وحدها الأول $v_0 = 2$	0.25+0.5 0.25+
ج) حسب المجموع S_n: $S_n = v_0+v_1+\ldots+v_{n-1} = \frac{n}{2}(v_0+v_{n-1}) = \frac{n}{2}(2+3(n-1)+2)$ أي $S_n = \frac{n}{2}(3n+1)$	0.5
- **حسب الجداء** $T_n = u_0\times u_1\times\ldots\times u_{n-1}$: $T_n = u_0\times u_1\times\ldots\times u_{n-1} = e^{v_0}\times e^{v_1}\times\ldots\times e^{v_{n-1}} = e^{v_0+v_1+\ldots+v_{n-1}}$ أي $T_n = e^{\frac{n}{2}(3n+1)}$	0.5
التمرين الرابع :	
الجزء الأول:	
لدينا : $g(x) = ae^x+b-x$ معرفة على $D_g = \mathbb{R} =]-\infty;+\infty[$	
1) تعيين نهايتي الدالة g: $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty;\ \lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$ - **تعيين $g(0)$ و $g'(0)$:** $g(0)=3$ و $g'(0)=0$	0.25 0.25
2) تعيين اتجاه تغير الدالة g: **الدالة g متناقصة على المجل $]-\infty;0]$** ومتزايدة على المجال $[0;+\infty[$. **جدول تغيرات الدالة g:** x: $-\infty$ … 0 … $+\infty$ $g'(x)$: $-$ 0 $+$ $g(x)$: $+\infty$ ↘ 3 ↗ $+\infty$	0.25 0.25
- **استنتاج إشارة $g(x)$:** x: $-\infty$ … $+\infty$ $g(x)$: $+$	0.25

3) **حساب** $g'(x)$ **بدلالة كلا من** a **و** b**:**

- لدينا: $g'(x) = ae^{x} - 1$ من أجل كل عدد حقيقي x — **0.25**

4) **تبيان أن** $g(x) = e^{x} + 2 - x$ **:**

لدينا : $\begin{cases} g(0) = 3 \\ g'(0) = 0 \end{cases}$ يعني $\begin{cases} ae^{0} + b = 3 \\ ae^{0} - 1 = 0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a + b = 3 \\ a = 1 \end{cases}$ — **0.25**

أي $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$ — **0.25**

وبالتالي: $g(x) = e^{x} + 2 - x$

الجزء الثاني

لدينا : $D_f = \mathbb{R} =]-\infty;+\infty[$ $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$

1) **حساب** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x);\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$:

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left[x + (x-1)e^{-x} \right] = -\infty$ — **0.25**

لان $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} (x-1)e^{-x} = -\infty$

و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[x + (x-1)e^{-x} \right] = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(x + \dfrac{x-1}{e^{x}} \right) = +\infty$ — **0.25**

لان : $\lim\limits_{x \to +\infty} (x-1)e^{-x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-1}{e^{x}} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{e^{x}} = 0$

2) **تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي** x **،** $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$:

لدينا : $f'(x) = 1 + \left(e^{-x} + (x-1)(-e^{-x}) \right) = 1 + e^{-x}(1 - x + 1) = e^{-x}(e^{x} + 2 - x)$ — **0.25**

ومنه $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$ من أجل $x \in \mathbb{R}$

- **استنتاج اتجاه تغير الدالة** f **:**

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ لان $e^{-x} > 0$

x	$-\infty$ $\quad\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$

— **0.25**

- **جدول تغيرات الدالة** f **:**

x	$-\infty$	~	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	**0**	↗ $+\infty$

— **0.25**

3) تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ حيث $0<\sim<\frac{1}{2}$:

الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ ولدينا : $f(0)=-1$ و

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{e}-1}{\sqrt{e}}\right)$ أي $f(0)\times f\left(\frac{1}{2}\right)<0$ — 0.25

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\sim$ حيث $0<\sim<\frac{1}{2}$ — 0.25

4) تبيان ان المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$:

- لدينا :

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[x+(x-1)e^{-x}-x\right]=\lim_{x\to+\infty}(x-1)e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\left(xe^{-x}-e^{-x}\right)=0$$

0.25

لان $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}e^{-x}=0\end{cases}$

- **دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ):**

ندرس اشارة الفرق $f(x)-y=x+(x-1)e^{-x}-x=(x-1)e^{-x}$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$(x-1)e^{-x}$		$-$	0	$+$	
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	

0.25

0.25

5) تبيان أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف :

لدينا : $1+(2-x)e^{-x}=1$

أي $f''(x)=e^{-x}\left(e^{x}-1-e^{x}-2+x\right)=e^{-x}(x-3)$

0.25

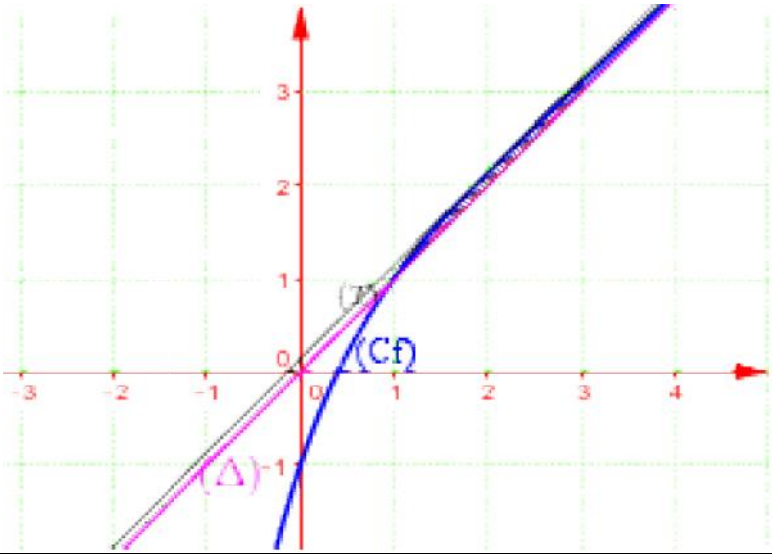
x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

لدينا $f''(x)$ تنعدم من أجل $x=3$ مغيرة إشارتها ومنه النقطة $A\left(3;3+\frac{2}{e^{3}}\right)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f).

6) كتابة معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) الموازي للمستقيم (Δ):

$(T)\parallel(\Delta)$ يعني معامل توجيه المماس (T) يساوي 1 أي $f'(x_0)=1$ — 0.25

ومنه $1+(2-x)e^{-x}=1$ أي $(2-x)e^{-x}=0$

وبالتالي $x=2$ معادلة المماس (T): $(T): y = x + \frac{1}{e^2}$ $y = f'(2)(x-2) + f(2) = x - 2 + 2 + \frac{1}{e^2}$	
7) الرسم :  	0.25 + 0.25 + 0.25
8) مناقشة حلول المعادلة $(E): \frac{x-1}{e^x} = m$: لدينا : $\frac{x-1}{e^x} = m$ تكافئ $(x-1)e^{-x} = m$ تكافئ $x + (x-1)e^{-x} = x + m$ أي $f(x) = x + m$ حلول المعادلة بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y = x + m$ الموازي لكل من (Δ) و (T). - إذا كان $m \in]-\infty; -1[$ المعادلة تقبل حلا سالبا . - إذا كان $m = -1$ المعادلة تقبل حلا معدوما , - إذا كان $-1 < m \leq 0$ المعادلة تقبل حلا موجبا . - إذا كان $0 < m < \frac{1}{e^2}$ المعادلة تقبل حلين موجبين . - إذا كان $m = \frac{1}{e^2}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا . - إذا كان $m > \frac{1}{e^2}$ ليس لها حل .	0.5
9) حساب التكامل $\int_1^a (x-1)e^{-x}dx$: نضع: $u(x) = x - 1$ ومنه $u'(x) = 1$ و $v'(x) = e^{-x}$ $v(x) = -e^{-x}$ ومنه : $\int_1^a (x-1)e^{-x}dx = \left[-(x-1)e^{-x}\right]_1^a - \int_1^a -e^{-x}dx$ أي $\int_1^a (x-1)e^{-x}dx = \left[-(x-1)e^{-x} - e^{-x}\right]_1^a = \left[-xe^{-x}\right]_1^a$ وبالتالي $\int_1^a (x-1)e^{-x}dx = -a e^{-a} + e^{-1}$	0.25
- حساب A_a :	

0.25	$A_a=\int_1^a\left[f(x)-x\right]dx=\int_1^a(x-1)e^{-x}dx$ أي $A_\lambda=\left(-\lambda e^{-\lambda}+e^{-1}\right)U.A$
0.25	- **حسب** $\lim\limits_{a\to+\infty}A_a$: $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A_\lambda=\lim\limits_{\lambda\to+\infty}\left(-\lambda e^{-\lambda}+e^{-1}\right)=e^{-1}\,U.A$ $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A_\lambda=e^{-1}\,U.A$

انتهى تصحيح الموضوع الثاني ✌ بالتوفيق والنجاح ☺في البكالوريا 2015 ❀