الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2015

الشعبة : رياضيات — مقاطعة : ميلة 1

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 4 ساعات و نصف

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:**

## ☜ الموضوع الأول

✓**التمرين الأول:( 03.5 نقاط)**

**1)** جد جميع الثنائيات المرتبة $(x,y)$ من الأعداد الطبيعية حيث: $x^3 - y^3 = 631$

**2)** ا- ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد 111 على 7 .

**ب**- عين حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $10^n$ على 7

**3)** $\alpha$ عدد طبيعي يكتب في النظام العشري كمايلي : $\alpha = \overline{999888777666555444333222111}$

ا- بيّن أنّ $\alpha$ يكتب بدلالة العدد 111.

**ب**- ما هو باقي قسمة العدد $\alpha$ على 7.

✓**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .

نعتبر النقطة $A(-1;1;0)$ والمستوى $(P)$ ذو المعادلة $x-2y+2z-6=0$ .

والمستقيم $(D)$ حيث : $\begin{cases} x = 2t-3 \\ y = 3t-2 \\ z = 2t-2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ تمثيل وسيطي له.

**1)** أ- أحسب المسافة بين النقطة $A$ والمستوى $(P)$ و استنتج أن $A$ لا تنتمي إلى $(P)$.

**ب**- أثبت أن المستقيم $(D)$ يشمل النقطة $A$ و يوازي المستوى $(P)$.

**2)** أ- جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ ؛ الذي يشمل النقطة $A$ و يعامد المستوى $(P)$ .

**ب**- عين إحداثيات $B$ نقطة تقاطع المستقيم $(\Delta)$ والمستوى $(P)$ .

**جـ**-عين تمثيلا وسيطي للمستقيم $(\Delta_0)$ الذي يشمل النقطة $B$ ويوازي $(D)$ .

ثم اثبت أنّ $(\Delta_0)$ محتوى في المستوى $(P)$ .

**3)** تعطى النقطة $C(2;-1;2)$.أحسب المسافة بين النقطة $C$ والمستقيم $(D)$.

✓**التمرين الثالث : (06 نقاط )**

في كل يلي المستوي منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبرالنقط $A_2, A_1, A_0$ لواحقها على الترتيب: $z_2, z_1, z_0$ حيث $z_2=-4-i, z_1=-1-4i, z_0=5-4i$ .

**1)** ا- بيّن أنّه يوجد تشابه مباشر وحيد $S$ حيث: $S\left(A_0\right)=A_1$ و $S\left(A_1\right)=A_2$ .

**ب-** اثبت أنّ العبارة المركبة للتّشابه $S$ هي: $z'=\left(\dfrac{1-i}{2}\right)z+\dfrac{-3+i}{2}$ .

**ج-** استنتج النّسبة والزاوية واللاحقة $\omega$ للمركز $\Omega$ للتشابه $S$ .

**د-** نعتبر النقطة $M$ لاحقتها $z$ حيث $z\neq\omega$ و صورتها $M'\left(z'\right)$ بواسطة $S$ .

تحقق من أنّ $\omega-z'=i\left(z-z'\right)$ .واستنتج طبيعة المثلث $\Omega MM'$ .

**2)** من أجل كل عدد طبيعي $n$. نعرف متتالية النقط $\left(A_n\right)$ كما يلي: $A_{n+1}=S\left(A_n\right)$ و نضع $v_n=A_nA_{n+1}$

ا) مثل النقط $A_2, A_1, A_0$ وأنشئ هندسيا النقط $A_6, A_5, A_4, A_3$ .

ب) برهن أنّ المتتالية $\left(v_n\right)$ هندسية أساسها $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.عيّن حدها الأوّل $v_0$

**3)** المتتالية $\left(U_n\right)$ معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_n=v_0+v_1+...+v_n$.

ا) عبر عن $v_n$ بدلالة $n$ .

**ب)** هل المتتالية $\left(U_n\right)$ متقاربة؟

**4)** احسب بدلالة $n$ الطول $\ell_n$ حيث: $\ell_n=\Omega A_n$ ثمّ عيّن أصغر عدد طبيعي $n$ الذي يحقق: $\ell_n \langle 0.06$ .

✓**التمرين الرابع : ( 06.5 نقاط)**

الدالتان العدديتان $f$ و $g$ معرفتان على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي:

$$g(x)=2x^2-2+\ln x \qquad \text{و} \qquad f(x)=2x+1+\frac{1-\ln x}{x}$$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

**1)** أ) أثبت أن الدالة $g$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ .

**ب)** أحسب $g(1)$ ثم استنتج ،حسب قيم $x$ ، إشارة $g(x)$.

**2)** أ) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{\rangle} 0} f(x)$ . ثم فسّر هندسيا النتيجة .

**ب)** أثبت أن المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=2x+1$ هو مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ .

**جـ)** أدرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

**3)** أثبت أنه ، من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ ،فإن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

**4)** أنشئ كلا من $(\Delta)$ و $(C_f)$.

**5)** نضع ،من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}(f(x)-(2x+1))dx$

أ)  أحسب $U_n$ ، بدلالة $n$، ثم استنتج طبيعة المتتالية $(U_n)$ .

ب) لتكن $A$ مساحة حيز المستوى ؛المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وبالمستقيم $(\Delta)$ وبالمستقيمين الذين معادلتان لهما: $x=1$ , $x=e^2$ . تحقق من أن : $A=\left(U_0-U_1\right)\ ua$

**6)**  نعتبر الدالة $h$ ،المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ، بالعلاقة : $h(x)=x^2(1+\ln x)-3x+2$

أ)  أثبت أنه ،من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ ، فإن : $\frac{h(x)}{x}=f\left(\frac{1}{x}\right)-4$ .ثم استنتج أن $h(x)\geq 0$

ب) عين $x$ بحيث يكون $h(x)=0$ .

## ☜الموضوع الثاني

✓**التمرين الأول**:( 03.5 نقاط)

**1**− حل ،في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة : $(z-2)(z^2-2z+4)=0$ .

**2**− المستوى المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

لتكن النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب، $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ حيث: $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_c=1-i\sqrt{3}$

أ − اكتب شكلا أسيا لكل من $z_B$ و $z_C$ .

**ب**− أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{2}\right)^{2015}$ .

**ج**−عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون $z_B{}^n$ عددا حقيقيا سالبا .

**3**− أ− اكتب على الشكل الأسي العدد $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ .

**ب**− استنتج أن $C$ هي صورة B بتحويل نقطي ، يطلب تعيينه بدقة ثمّ عيّن عناصره المميزة .

**4**− حدد مع التعليل طبيعة الرباعي $OBAC$.

✓**التمرين الثاني**:( 03.5 نقطة)

**1)** حلل العدد 320 إلى جداء عوامله الأوّلية ثمّ عيّن مجموعة قواسمه الطبيعية.

**2)** $x$ و $y$ عددان طبيعيان أوّليان فيما بينهما. اثبت أنّ $xy$ و $(x+y)$ أوّليان فيما بينهما.

**3)** $a$ و $b$ عددان طبيعيان غير معدومين بحيث: $7(a+b)^2=320m$ حيث $m=PPCM(a;b)$

عيّن القيم الممكنة لكلّ من العددين $a$ و $b$.

✓**التمرين الثالث**: (06 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقطتين $A(2;1;1)$, $I(3;-1;0)$ و $(P)$ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق:

$$MA^2-\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MI}=0$$

**1)** بيّن أنّ النقطة $A$ تنتمي إلى المجموعة $(P)$ وأنّ $(P)$ هي المستوي ذو المعادلة: $x-2y-z+1=0$ .

**2)** جد معادلة لسطح الكرة $(S)$ ذات المركز $I$ وتشمل النقطة $A$ .

**3)** ليكن المستوي $(P')$ المعرف بالمعادلة: $2x-y+z-4=0$ .

**أ)** بيّن أنّ $(P')$ يقطع $(S)$ وفق دائرة $(C)$ يطلب تعيين مركزها $H$ ونصف قطرها $r$ .

**ب)** لتكن النقطة $B(2;-2;-2)$, تحقق من أنّ $AB$ هو أحد أقطار الدائرة $(C)$.

**ت)** جد معادلة ديكارتيه للمستوي $(Q)$ المماس لسطح الكرة $(S)$ في النقطة $B$ .

**4)** عيّن المجموعة $(\Sigma)$ للنقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث:
$.(x-2y-z+1)^2+(2x-y+z-4)^2=0$

## ✔**التمرين الرابع : (07 نقاط )**

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

**I.** $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^x+1$

**1)** ادرس تغيرات $g$ .

**2)** عين ،تبعا لقيم $x$ ، إشارة $g(x)$ واستنتج أنه، من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، فإن : $xe^x+1>0$

**3)** تحقق أنه ،من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، فإن $g(x)-g'(x)=1-e^x$ ( $g'$ هي الدالة المشتقة للدالة $g$ )

استنتج $\int_0^1 g(x)dx$ وفسره هندسيا.

**II.** $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{xe^x}{xe^x+1}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني.

**1)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجتين.

**2)** بين أنه ،من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، فإن $f'(x)=\dfrac{(x+1)e^x}{(xe^x+1)^2}$ واستنتج جدول تغيرات $f$

**3)** بين أن $y=x$ هي معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ في المبدأ.

**4)** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن $f(x)-x=\dfrac{-x.g(x)}{xe^x+1}$ واستنتج وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(T)$

**5)** ارسم المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$

**III.** $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن : $u_{n+1}=f(u_n)$

**1)** برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي $n$ ،فإن: $u_n>0$

**2)** برهن أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

**❀بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا 2015 ❀**