

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول (4,5 ن):

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $Z$ :  $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط  $B; A$  و  $C$  لواحقتها

على الترتيب على الترتيب  $Z_A, Z_B, Z_C$ ، حيث:  $Z_A = -1+i\sqrt{3}$  و  $Z_B = -1-i\sqrt{3}$  و  $Z_C = 2$

(أ) تحقق أن:  $\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$  واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$

(ب) عين  $Z_\Omega$  لاحقة  $\Omega$  مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$

(3) (أ) أثبت ان  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  التي لواحقتها  $Z$  حيث:  $Z = x + iy$  والتي تحقق

$Z\bar{Z} + 2(Z + \bar{Z}) = 0$  هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها. (حيث  $x, y$  عدنان حقيقيان)

(ب) تحقق ان النقطتين  $B; A$  من الدائرة  $(\Gamma)$

(3) عين العبارة المركبة للدوران  $R$  الذي مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{3}$ . ثم عين صورة الدائرة  $(\Gamma)$  بالدوران  $R$

(5) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n = |z_A|^{2n} + 1$

(أ) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متباعدة

(ب) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $s_n$  حيث:  $s_n = u_0 + u_1 + u_3 + \dots + u_n$

التمرين الثاني (4 ن):

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط:  $C, B, A$  حيث

$$C(1; 5; -2), B(7; -1; -2), A(1; -1; 4)$$

(1) (أ) بين أن النقط  $C, B, A$  تعين مستويا. (ب) بين أن المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع.

(ج) بين أن الشعاع  $\vec{n}(1; 1; 1)$  ناظم للمستوي  $(ABC)$  (د) عين معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$ .

- (2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $D(0; -2; -3)$  والعمودي على المستوي  $(ABC)$ .
- (3) عين إحداثيات  $G$  المسقط العمودي للنقطة  $D$  على  $(ABC)$  ثم بين أن  $G$  هي مركز ثقل المثلث  $ABC$ .
- (4) عين مجموعة النقط  $(E)$  حيث:  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = k(\overline{MC} - \overline{MB})$ ،  $k \in R$  محددا العناصر المميزة لها.

### التمرين الثالث(4ن):

المتتالية  $(u_n)$  معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالحد العام  $u_n$  حيث:  $u_n = e^{1-n}$  ونضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = \ln u_n$ . هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

(1)  $(u_n)$  هندسية أساسها  $e$  (2)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  (3)  $(u_n)$  متناقصة.

(4)  $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} = e^2 \left( \frac{1 - e^{-n}}{e - 1} \right)$  (5)  $(v_n)$  حسابية (6)  $v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1} = -\frac{1}{2}n^2 + n$

### التمرين الرابع(5,7ن):

**أولاً:** نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  كمايلي:  $g(x) = 2x^3 - 1 + 2 \ln x$ .

- 1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]0, +\infty[$ .
- 2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  وأن:  $0,86 < \alpha < 0,87$ .
- 3) استنتج إشارة  $g(x)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$ .

**ثانياً:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  ب:  $f(x) = 2x - \frac{\ln x}{x^2}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $0$  وعند  $+\infty$ .
- 2) ابين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = 2x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .  
ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة الى المستقيم  $(\Delta)$ .
- 3) ثبت ان إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g(x)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$ .
- 4) استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$ .  
5) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

**ثالثاً:** نعتبر الدالة  $F$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  ب:  $F(x) = x^2 - \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x}$ .

- أ) احسب  $F'(x)$  حيث  $F'$  مشتقة الدالة  $F$  على المجال  $]0, +\infty[$ . ماذا تستنتج؟
- ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها:  $x = 1$ ,  $x = e$  و  $y = 0$ .

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول (5 نقاط):

نضع:  $x = 1 + \sqrt{2}$

(1) تحقق أن:  $x = 2 + \frac{1}{x}$

(2) تعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بحددها الأول  $u_0$  وبالعلاقة التراجعية: 
$$\begin{cases} u_0 = x \\ u_{n+1} = 2 + \frac{1}{u_n} \end{cases}$$

حيث  $n$  عدد طبيعي. برهن بالتراجع أن  $(u_n)$  متتالية ثابتة

(3)  $(v_n)$  هي المتتالية المعرفة كما يلي:  $n \in \mathbb{N}^*$  
$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_1 = x \\ v_{n+1} = 2v_n + v_{n-1} \end{cases}$$

(أ) برهن أن  $(v_n)$  هندسية

(ب) عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$

(ت) برر أن  $v_n$  متباعدة

(ث) أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $s_n = v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + \dots + v_n^3$

(ج) أحسب الجداء:  $p = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$  بدلالة  $n$

### التمرين الثاني (4 نقاط):

يحتوي صندوق على 5 كريات مرقمة من 1 إلى 5 لا نفرق بينها عند اللمس . نسحب على التوالي

3 كريات بالإرجاع ( أي بعد كل سحبة نعيد الكرة إلى الصندوق ) نسجل بالترتيب الأرقام التي

تحملها الكريات المسحوبة لنحصل عندئذ على ثلاثة أرقام من بين 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

(1) ما هو عدد الأعداد الممكنة ؟

(2) تجيد التجربة هذه المرة لكن دون إرجاع الكرة المسحوبة .

(أ) ما هو عدد الأعداد الممكنة ؟

(ب) ما احتمال الحادثة A " الكرة الثانية المسحوبة تحمل الرقم 4 "؟

(ج) ما احتمال الحادثة B " الحصول على عدد يقبل القسمة على 5 "؟

### التمرين الثالث (5 نقاط):

1(أ) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z: z^2 + 4z + 5 = 0$

ب) استنتج حل المعادلة ذات المجهول  $z: \left(-\frac{5}{z}\right)^2 + 4\left(-\frac{5}{z}\right) + 5 = 0$ ، حيث  $\bar{z}$  هو مرافق العدد  $z$  و  $z \neq 0$

2(2) في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{u}, \vec{v})$ . لتكن النقط  $A; B$  و  $C$  لواقعها

على الترتيب:  $Z_A = 2 - i$  و  $Z_B = -2 - i$  و  $Z_C = -2 + i$

أ/ بين ان العدد  $(Z_C - Z_B)^{2015}$  تخيلي صرف

ب/ عين النقطة  $D$  بحيث يكون الرباعي  $ABCD$  مستطيلا .

3(3) عين مساحة صورة المستطيل  $ABCD$  بالإنسحاب الذي شعاعه  $\vec{u}$

4(4) عين ثم أنشئ بدقة  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $Z$  حيث:  $Z = \sqrt{5}e^{i\theta}; \theta \in \mathbb{R}$

**التمرين الرابع (6 نقاط):**

لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $IR$  بـ:  $g(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$  ، حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية.

و  $(c_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

1(أ) عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث يقبل  $(c_g)$  مماسا عند النقطة  $A(0; -3)$  معامل توجيهه 3

والعدد  $\sqrt{3}$  حل للمعادلة  $g(x) = 0$

11(II) نضع  $a = 1$  ,  $b = 0$  و  $c = -3$

1(1) احسب نهايتي الدالة  $g$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$ .

2(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها.

3(3) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(c_g)$  عند النقطة التي فاصلتها  $x = 0$ .

4(4) عين إحداثيات نقط تقاطع  $(c_g)$  مع محور الفواصل.

5(5) بين أنه توجد نقطتا انعطاف للمنحني  $(c_g)$

6(6) ارسم  $(T)$  و  $(c_g)$

7(- أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $IR$  فإن:  $g(x) + 2g'(x) + g''(x) = 2e^{-x}$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة  $g$  على  $IR$ .

ق بالتوفيق

إختتم