الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — دورة : ماي 2016

الشعبة: رياضيات+تقني رياضي — امتحان بكالوريا التعليم الثانوي(تجريبي)

الثانويات: لقرع محمد الضيف –كركوبية خليفة – مفدي زكريا –لبامة–البياضة الجديدة ـ سيدي عون

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة :** 4ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول(04 نقاط)

A_0 و B_0 نقطتان من المستوي بحيث $A_0B_0=8$ (الوحدة هي السنتيمتر)

ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A_0 ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$

نعرف متتالية النقط (B_n) بـ : $B_{n+1}=S(B_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n

1) أنشئ النقط : B_1 , B_2 , B_3 و B_4

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n المثلثان : $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان

3) نعرف متتالية (u_n) بـ : $u_n=B_nB_{n+1}$ من أجل كل عدد طبيعي n

أ) أثبت أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

ب) أوجد عبارة u_n بدلالة n و u_0

جـ) نضع : $\Sigma_n=u_0+u_1+.....+u_n$, أوجد $\lim_{n\to+\infty}\Sigma_n$

4) أ) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $3x-4y=2$

ب) ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0 ، جد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ)

التمرين الثاني:(4,5 نقاط)

1- حل في مموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلتين التاليتين :

$$z^2-2z+5=0 \quad ، \quad z^2-2(1+\sqrt{3})z+5+2\sqrt{3}=0$$

2- في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجس $(o,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D سور الأعداد المركبة : $z_A=1+2i$ ، $z_B=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C=1-2i$ ، $z_D=1+\sqrt{3}-i$.

أ) ماهي طبيعة المثلث ABC .

ب) أكتب معادلة الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC جـ) أثبت أن النقطة D تنتمي للدائرة (γ).

3- نعتبر التحويل النقطي L المعرف بـ : $L(A)=B$ و $L(C)=D$.

- اكتب العبارة المركبة للتحويل L ، ثم حدد طبيعته و عناصره المميزة.

4- R دوران عبارته المركبة : $(z'-(1+2\sqrt{3}))=e^{i\frac{\pi}{4}}(z-(1+2\sqrt{3}))$

- حدد طبيعة التحويل $L\circ R$ ، و عناصره المميزة.

التمرين الثالث:(4نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

لتكن $\left(S\right)$مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$من الفضاء والتي تحقق:

$$x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-19=0$$

1) تحقق أن $\left(S\right)$سطح كرة , يطلب تحديد مركزها µونصف قطرها R

2) أ) تحقق أن النقطة $B\left(1,2,2\right)$تنتمي إلى $\left(S\right)$

ب) ليكن $\left(P\right)$المستوي المماس لسطح الكرة $\left(S\right)$ في النقطة B ,حدد معادلة ديكارتية لـ $\left(P\right)$

3) ليكن $\left(Q\right)$المستوي ذو المعادلة : $2x-2y+z+4=0$, أحسب المسافة بين µ و $\left(Q\right)$ ثم أستنتج أن $\left(S\right)$ و $\left(Q\right)$ يتقاطعان وفق دائرة$\left(C\right)$ يطلب تحديد مركزها I ونصف قطرها r

التمرين الرابع: (07,5 نقاط)

I: نعتبر المعادلة التفاضلية: $y'+y=e^{-x}$ ... (E)

1.بين أن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $u(x)=xe^{-x}$ حل للمعادلة (E)

2.حل المعادلة التفاضلية $y'+y=0$ ... (E_0)

3.بين أن الدالة v المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ تكون حلا للمعادلة(E_0) إذا وفقط إذا كانت $v+u$ حلا للمعادلة (E).

- استنتج جميع حلول المعادلة(E).

4.عين الدالة f_2 حل المعادلة (E) التي تأخذ القيمة 2 من أجل 0.

II: k عدد حقيقي معطى، نرمز بـ f_k للدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_k(x)=(x+k)e^{-x}$

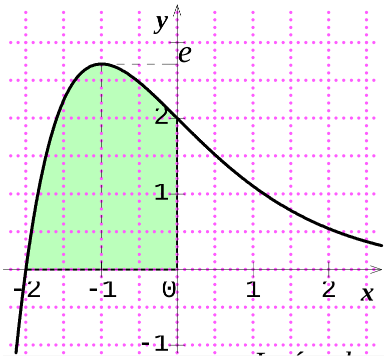
نرمز بـ $\mathcal{C}_k$ إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عين نهايات f_k عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2.احسب f'_k من أجل كل عدد حقيقي x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f_k

III:نعتبر متتالية التكاملات (I_n) المعرفة بـ $I_0=\int_{-2}^{0}e^{-x}\,dx$ ومن أجل كل عدد طبيعي$n\geq 1$ ،

$$I_n=\int_{-2}^{0}x^ne^{-x}\,dx$$



1.أ- احسب القيمة المضبوطة لـI_0.

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1}=(-2)^{n+1}e^2+(n+1)I_n$

جـ- استنتج القيم المضبوطة لـI_1 و I_2.

2. التمثيل البياني الموالي $\mathcal{C}_k$ هو لدالة f_k المعرفة في الجزء II.

أ- باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل ،عين قيمة k المرفقة بالمنحني $\mathcal{C}_k$.

ب- لتكن S مساحة الجزء المظلل(مقدرة بوحدة المساحات).

عبر عن S بدلالة I_0 وI_1 ثم استنتج القيمة المضبوطة للمساحة S.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ولتكن النقطة $A\left(-1,2,3\right)$ و المستقيم $\left(D\right)$

الممثل وسيطيا بالجملة: $\begin{cases} x=9+4t \\ y=6+t \quad ,t\in\mathbb{R} \\ z=2+2t \end{cases}$

1) أ) أكتب معادلةكارتيزية للمستوي $\left(P\right)$ العمودي على المستقيم $\left(D\right)$ويشمل النقطة A

ب) تحقق أن النقطة $B\left(-3,3,-4\right)$ تنتمي للمستقيم $\left(D\right)$

ج) أحسب المسافة d_B بين النقطة B والمستوي$\left(P\right)$

د) أحسب المسافة d بين النقطة A و المستقيم $\left(D\right)$وذلك بدلالة d_B والمسافة AB , ثم أستنتج القيمة المضبوطة للمسافة d .

2) لتكن M نقطة كيفية من السنقيم $\left(D\right)$, ولتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f\left(t\right)=AM^2$

حدد باه تغير الدالة f ثم أستنتج قيمة d .

التمرين الثاني:(05نقاط)

(U_n) متتالية معرفة بـــ: $U_0=0$ ، $U_1=1$ ،و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2}=5U_{n+1}-4U_n$.

1- احسب U_2 و U_3.

2- برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن: $U_{n+1}=4U_n+1$

- تحقق أن : U_n عدد طبيعي ، ثم استنتج أن : U_n و U_{n+1} أوليان فيما بينهما.

3- (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=U_n+\dfrac{1}{3}$.

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية ، عين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب V_n ثم U_n بدلالة n.

4- أ) احسب $PGCD\left((4^6-1),(4^5-1)\right)$ ،

ب) عين من أجل كل عدد طبيعي n: $PGCD\left((4^{n+1}-1),(4^n-1)\right)$

5- أ) ادرس حسب قيم العد الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=V_0+V_1+.......+V_{3n}$.

جـــ) عين قيم العدد الطبيعي n حيث العدد $9S_n+8n$ يقبل القسمة على 7.

التمرين الثالث:(04,5 نقطة)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقطتين A: و B حيث :

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$

1- اكتب العددين z_A ، z_B على الشكل الأسي ، ثم أنشئ النقطتين A و B.

2- r دوران مركزه O ، و زاويته $\frac{®}{3}$

- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r.
- اكتب $z_{A'}$ على الشكل الجبري ، ثم أنشئ النقطة A'.

3- h تحاك مركزه O ، و نسبته $\frac{-3}{2}$

- اكتب على الشكل المثلثي $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحاكي h ، ثم أنشئ النقطة B'.

4- ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث $OA'B'$ ، و R نصف قطرها ، و z_{ω} لاحقة النقطة μ.

أ) باستعمال الخاصية : $z\bar{z}=|z|^2$ تحقق من صحة العبارات التالية : $z_{\mu}\overline{z_{\mu}}=R^2$

$\left(z_{\mu}+\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i\right)\left(\overline{z_{\mu}}+\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right)=R^2$ ، $\left(z_{\mu}-2i\right)\left(\overline{z_{\mu}}+2i\right)=R^2$

ب) استنتج أن : $z_{\mu}-\overline{z_{\mu}}=2i$ و $z_{\omega}+\overline{z_{\mu}}=\frac{-4\sqrt{3}}{3}$ ، ثم استنتج z_{ω} لاحقة النقطة ω و قيمة R.

التمرين الرابع:(06,5 نقطة)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln(x+1)+|x|}{x+1}$ وليكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول 2cm)

1) أحسب: $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا

2) أ) ــ أحسب $f'(x)$ من أجل $x\in]-1,0[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1,0[$

ــ أحسب $f'(x)$ من أجل $x\in]0,+\infty[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0,+\infty[$

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}\frac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}\frac{f(x)}{x}$, هل f قابلة للاشتقاق عند 0؟

ــــ أكتب معلتي المماسين لــ (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

3) شكل جدول تغيرات f

4) عين معادلة للمستقيم (Δ) مماس (c_f) في النقطة ذات الفاصلة : $x_0=\frac{1}{e}-1$

5) أحسب $f(e-1)$ ثم أنشئ (Δ) و (c_f)

6) أوجد أصلية للدالة f على المجال $[0,+\infty[$, ثم أستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (c_f) ومحور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين : $x=0$ و $x=e^2-1$