مديرية التربية لولاية بومرداس
المستوى: السنة الثالثة رياضيات
المادة: رياضيات

ثانويات الأربعطاش الجديدة
دورة مــــاي 2016
المــدة: 4 ساعــات و نصف

امتحان الباكالوريا التجريبي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول :

تنبيه : الإجابة تكون بمنهجية واضحة و دقيقة

1. عين العددين المركبين z_1 وَ z_2 حيث : $\begin{cases} iz_1 + 2z_2 = 1 + 9i \\ 2z_1 + iz_2 = -2 + 8i \end{cases}$.
2. نضع : $z_1 = 1 + 3i$ وَ $z_2 = 2 + 4i$.
   أ. تحقق أن : $(z_2 - z_1)e^{-i\frac{\pi}{6}} = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right) + i\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$.
   ب. إستنتج القيم المضبوطة لـ $\cos\frac{\pi}{12}$ وَ $\sin\frac{\pi}{12}$.
3. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$, نعتبر النقط A ، B ، C التي لاحقاتها على الترتيب , $z_A = 1 + 3i$ ، $z_B = 2 + 4i$ ، $z_C = 2 + 3i$.
   أ. (Δ) مجموعة النقط M من المستوي ذات الاحقة z حيث : $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ وَ $k \in \mathbb{R}^+$.
   ب. هل النقطة A تنتمي الى المجموعة (Δ) ؟علل
   ت. عين مجموعة النقط (Δ).
   ث. تحقق أن : $\frac{z_C - z}{z_B - z_A} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{-i\frac{\pi}{4}} - k\right)$.
   ج. إستنتج z_H لاحقة النقطة H من (Δ) حيث يكون المستقيمان (AB) وَ (CH) متعامدان .
   ح. عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .
4. T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات الاحقة z النقطة M' من المستوي دلت الاحقة z' حيث : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.
   أ. بين أن : $\overrightarrow{GM'} = -2\overrightarrow{GM}$ ثم أستنتج طبيعة التحويل T و عناصره المميزة .
   ب. أكتب العبارة المركبة للتحويل T .
   ت. تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة H بالتحويل T ثم أستنتج أن النقطة H منتصف $[AB]$.

التمرين الثاني :

1. أدرس حسب قيم n الطبيعية بواقي قسمة العدد 3^n على 10
2. بيَن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $33^{16n+2} - 2\times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0[10]$
3. عيَن الأعداد الطبيعية n حيث : $7\times 3^{n+1} - 1 \equiv 0[10]$ و $10 \prec n \le 25$

4. ليكن العدد A مكتوب $\overline{xx02102}$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب $\overline{y67y}$ في النظام ذي الأساس 9
أ . عيّن x و y
ب. أحسب A في النظام العشري
جـ . أكتب A في النظام ذي الأساس 7

5. يحتوي صندوق على 4 كرات مرقمة ببوقي قسمة 3^n على 10 . نسحب من الصندوق و بطريقة عشوائية كرتين في أن واحد. أحسب إحتمال الحصول على كرتين مجموعهما يساوي مجموع ارقام العدد 2017
6. ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع الرقمين المحصل عليهما .
- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب الأمل الرياضي له.

التمرين الثالث:

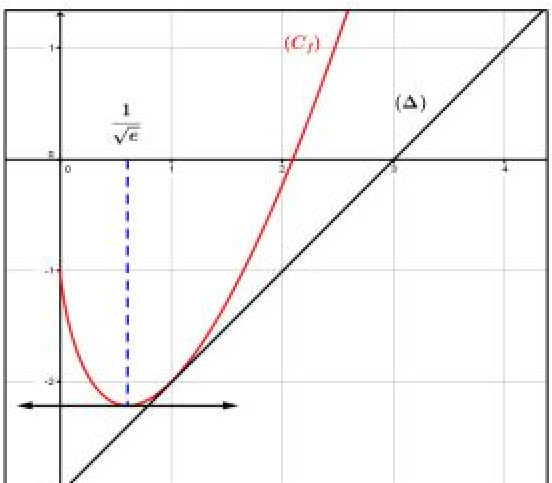
الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.لتكن النقط: $A(3,-2,2)$, $B(6,1,5)$, $C(6,-2,-1)$

و المستوي (P) المعرف بتمثيل وسيطي له كمايلي : $\begin{cases} x=-3t+t' \\ y=2t-t' \\ z=t+3 \end{cases}$; $t\in\mathbb{R}$, $t'\in\mathbb{R}$.

1. بين أن المثلث ABC قائم .
2. بين أن المستوي (P) يشمل النقطة A و عمودي على المستقيم (AB) ثم إستنتج معادلته .
3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A و العمودي على المستقيم (AC) .
4. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (Q) .
5. لتكن النقطة $D(0,\alpha,\beta)$
أ. عين العددين الحقيقين α و β حتى يكون الشعاع $\overrightarrow{AD}$ عمودي على المستوي (ABC) .
ب. نفرض في مايلي : $\alpha=4$ و $\beta=-1$, أحسب حجم رباعي الوجوه ABDC .
ت. بين أن $\frac{\pi}{4}$ قيس بالرديان للزاوية الهندسية BDC .
ث. أحسب مساحة المثلث BDC , ثم إستنتج المسافة بين A و المستوي (BDC)

التمرين الرابع:

الجزء الأول: g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :
$g(x)=2x\ln x-x-1$
المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$
المنحنى (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{\sqrt{e}}$ و (Δ) هو المماس لـ (C) في النقطة التي فاصلتها 1



1) بقراءة بيانية:
أ) حدد $g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ، ثم عين معادلة للمماس (Δ)

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) أ) علل وجود عدد حقيقي α حيث: $2<\alpha<2,1$ و $g(\alpha)=0$

ب) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني:

f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x^2(\ln x-1)-x \ ; x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بين أن الدالة f مستمرة عند الصفر من اليمين

ب) بين أن $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0} \dfrac{f(x)}{x}=-1$ ، إستنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق من اليمين، ثم أكتب معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين .

2) أ) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، $f'(x)=g(x)$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين أن $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+\alpha}{2}\right)$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=-x$

أ) أدرس الوضعية النسبية لـ (Δ) و (C_f) .

ب) أنشئ (Δ) و (C_f) . نأخذ: $f(3,55)\simeq 0$

5) F الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\dfrac{x^3}{9}(3\ln x-4)$

أ) أحسب $F'(x)$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto x+f(x)$ على $]0;+\infty[$.

ب) A هي مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=e$

- بين أن $A=\dfrac{e^3-4}{9}$ u.a (يرمز u.a إلى وحدة المساحات)

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:

تنبيه : الإجابة تكون بمنهجية واضحة و دقيقة

ليكن $r\in\mathbb{R}_+^*$ و $\alpha\in\mathbb{R}$ حيث $\alpha\in[0,\pi]$

1. نعتبر الأعداد المركبة : $z_1=r(-\cos\alpha+i\sin\alpha)$ ، $z_2=r^2(\sin\alpha+i\cos\alpha)$ ، $z_3=\sqrt{3}(1+i)$

أ. أكتب كلا من الأعداد , z_1,z_2,z_3 على الشكل المثلثي .

ب. عين العددين r وَ α بحيث يكون : $z_2=\bar{z}_1$.

ت. عين في هذه الحالة قيم العدد الطبيعي بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ حقيقياً.

2. نعتبر في المستوي (π) المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، التحويل f الذي يرفق بكل نقطة M ذات الاحقة z النقطة M' ذات الاحقة z' حيث : $z'=(1+i)z$.

أ. حدد طبيعة التحويل النقطي f و عناصره المميزة .

ب. من أجل M تختلف عن المبدأ , بين ان المثلث OMM' قائم و متساوي الساقين .

ت. إستنتج من ذلك طريقة هندسية لإنشاء النقطة M' صورة M بالتحويل f .

3. لتكن متتالية النقط $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ من المستوي (π) المعرفة بـ : A_0 لاحقتها $z_0=-1+i$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $A_{n+1}=f(A_n)$ و لتكن المتتالية V_n المعرفة بـ : $n\in\mathbb{N}$, $V_n=OA_n$

أ. بين أن المتتالية V_n هندسية ثم أكتب V_n بدلالة n

ب. أنشئ النقط $A_0, A_1, A_2, A_3,.....,A_8$ في المستوي .(من الأفضل تخصيص صفحة كاملة للشكل)

ت. عين قيمة للعدد الطبيعي n التي تكون من أجلها النقط O, A_0 , A_n على إستقامية واحدة .

ث. أحسب محيط و مساحة المضلع $A_8A_7A_6A_5A_4A_3A_2A_1A_0$.

التمرين الثاني :

يحتوي كيس على n كرة بيضاء (n عدد طبيعي) و 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء.
نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في آن واحد .

1. ماهو إحتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟
2. نرمز بالرمز $P(n)$ الى أحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

أ. أثبت أن : $P(n)=\frac{(n^2-n+26)}{(n+8)(n+7)}$.

ب. أحسب $\lim_{n\to+\infty}P(n)$ ثم فسر النتيجة .

نفرض أن $n=4$.

1. أحسب $P(4)$.
2. نسمي سحبا كل سحب عشوائي لكرتين في آن واحد من هذا الكيس.

يقوم لاعب بإنجاز سحبين مستقلين عن بعضهما بحيث يعيد الى الكيس الكرتين المسحوبتين منه في السحب الاول.

مقابل إنجاز هذين السحبين يدفع اللاعب مقدما مبلغ من المال قدره 30 دج , و من أجل كل سحب يتحصل على 40دج إن كانت الكرتان من نفس اللون , و يتحصل على5 دج إن كانتا من لونين مختلفين.

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبين مستقلين الربح الصافي لهذا اللاعب.

أ. ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .
ب. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائيX .
ت. احسب الامل الرياضياتي للمتغير العشوائيX .
ث. هل هذه اللعبة متوازنة ؟ علل ؟

التمرين الثالث :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. ليكن m عدد حقيقي

♦لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث: $x^2+y^2+z^2-2mx-4y-4mz-5=0$

1) أثبت أن (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها I_m و نصف قطرها R_m .
2) عين مجموعة النقط (I_m) عندما يتغير m في $\mathbb{R}$.
3) عين مجموعة النقط (S_m) عندما يتغير m في $\mathbb{R}$.

♦ نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة: $2m\,x+(1-2m)\,y+m\,z+1-2m$ حيث m عدد حقيقي

ليكن(Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0;-1;0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.

أ. بيّن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي(P_m) .
ب. حدّد العدد الحقيقيm التي من أجلها يكون المستوي(P_m) مماسًا للسطح كرة(S_0).

حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي(P_m) عمودي على المستوي(Q) حيث :
$(Q): 2x-2y+z-2=0$

التمرين الرابع :

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ كمايلي :
$$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x^2+x\ln(x)+x}{(x+1)^2} & ,x>0\\ 0 & ,x=0\end{cases}$$

وليكن في الشكل المقابل (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

العدد الحقيقي α هو فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل و التي تختلف عن 0 , حيث: $0.1\prec\alpha\prec0.9$

1. باستعمال (C_f) ضع تخمين حول إستمرارية و قابلية إشتقاق الدالة f عند0.
2. أثبت صحة تخمينك.
3. بقراءة بيانية عين $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$,ثم عين إشارة $f(x)$ على المجال $[0,+\infty[$.
4. بين أن : $\ln(\alpha)=-(\alpha+1)$.

5. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]\alpha,+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{x\ln(x)}{x+1}$.

أ. بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

ب.بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]\alpha,+\infty[$ فإن : $g'(x)=\frac{-f(x)}{x}$.

ت.شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $]\alpha,+\infty[$.

ث.تأكد من أن: $g(\alpha)=-\alpha$, ثم إستنتج حصرا لـ $g(\alpha)$.

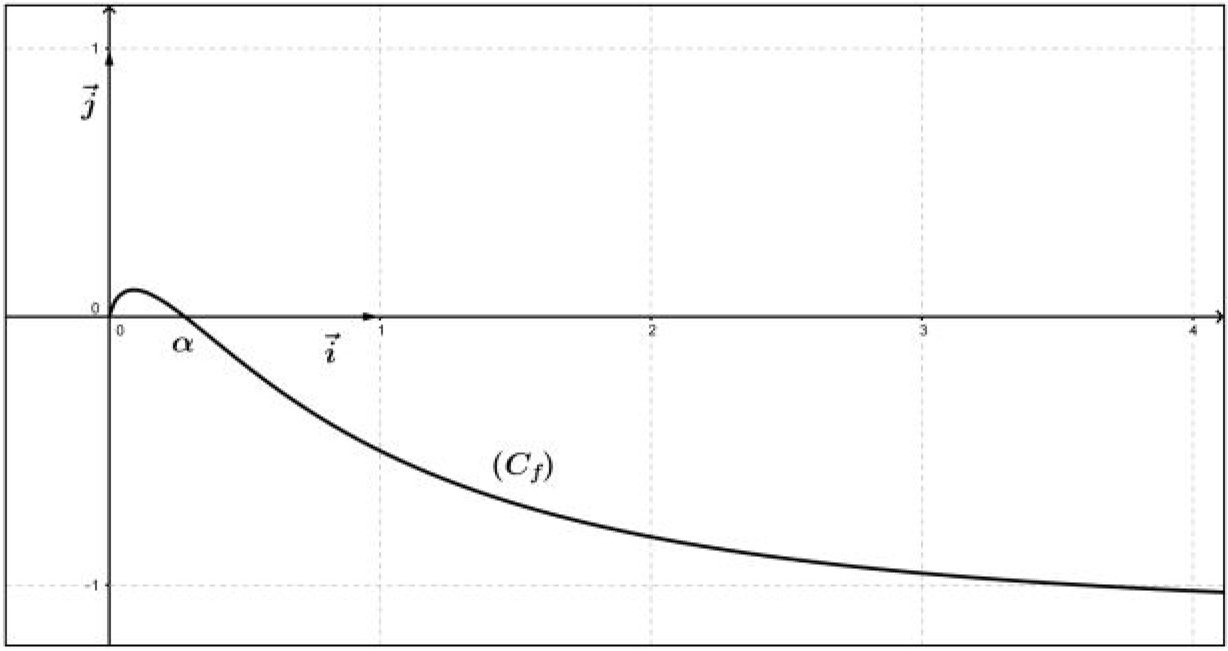
ج. أرسم المنحنى (C_g) .

6. نرمز بـ A لمساحة (المقدرة بوحدة المساحات) الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) , و المستقيمين اللذين معادلتلهما على الترتيب $x=e$ و $x=1$.

أ. بإستعمال المكاملة بالتجزئة , بين أن : $\int_1^e f(x)dx=-[xg(x)]_1^e+\int_1^e g(x)dx$.

ب. أستنتج أن : $A=\frac{e^2-1}{e}$.

<u>منحى الدالة f</u>



بالتوفيق

بكالوريا 2016