الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية　　مديرية التربية لولاية الشلف　　ثانوية بلحاج قاسم نورالدين

بكالوريا تجريبي　　**دورة ماي 2016**

الشعبة : تقني رياضي　　**المدة : 4ساعات ونصف**

اختبار في مادة الرياضيات

☜ **على المترشح** أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول :

التمرين الاول : (04ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $\left(\vec{o},\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $C(3,2,4),\ B(-3,-1,7),\ A(2,1,3)$

1. بين أن النقط $C\ ,\ B\ ,\ A$ ليست على استقامة
2. ليكن (d) مستقيما تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t \\ z=4+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

ا) أثبت أن (d) عمودي على المستوى $((ABC)$.

ب) عين معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

3. عين معادلة سطح الكرة (S) مركزه $\mu(2,-1,4)$ و نصف قطره 3 .
4. احسب المسافة بين المستوى (ABC) و النقطة μ ثم استنتج وضعية (S) بالنسبة للمستوى (ABC) .
5. عين إحداثي النقطة H المشتركة بين المستقيم (d) و المستوى (ABC).
6. اثبت أن H هي مرجح للجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,-1),(C,2)\}$.
7. عين مجموعة النقطة M من الفضاء حيث : $\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$.

التمرين الثاني : (04ن)

1. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x-5y=2$

ا) اثبت انه إذا كانت الثنائية (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فان : $x\equiv 2[5]$.

ب) لستنتج حلول المعادلة (E).

2. ليكن n عددا طبيعيا نضع : $a=5n+2$ و $b=11n+4$.

ا) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب) عين قيم n بحيث يكون $p\gcd(a,b)=2$.

3. ا) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق : $2^{y-2x}\equiv 4[7]$.

التمرين الثالث : (04ن)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2+z+1=0$.
2. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقطتين A و B

التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $z_B=\overline{z_A}$ (يرمز $\overline{z_A}$ الى مرافق z_A).

اكتب z_A و z_B على الشكل الاسي.

3.أ) نعتبر التحويل النقطي r الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z'

حيث : $z' = z_A z + z_B\sqrt{3}$.

عين طبيعة r وعناصره المميزة.

ب) التحاكي h الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = -2z + 3i$

عين نسبته ومركز التحاكي h .

ج) نضع : $S = h \circ r$ ($\circ$ يرمز إلى تركيب التحويلين r و h).عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة

(النسبة والزاوية والمركز) ثم تحقق أن العبارة المركبة له هي : $z' = 2e^{i\frac{®}{3}}(z - i) + i$.

4 .أ) حدد الطبيعة والعناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث : $z = 2e^{i¯} + i$ مع $¯ \in \mathbb{R}$.

ب) عين (E') صورة (E) بالتحويل S.

التمرين الرابع : (08ن)

الجزء الاول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي

المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$..(وحدة الطول $2cm$).

1 .أ) احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ وفسر النتيجتين هندسيا.

ب) احسب $f'(x)$ وادرس إشارته ثم شكل جدول تغيرات f .

2.أ) x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$ ،احسب $f(x) + f(-x)$،ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

الجزء الثاني: لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = f(x) - x$

1. احسب نهاية g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2. أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = \frac{-(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$

ب)ادرس إشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات g .

3 . أ) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا ~ حيث $2,8 \prec \sim \prec 2,7$.

ب)استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

4. أ)عين احداثيي نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) أنشئ (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

الجزء الثالث :

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = f(u_n)$.

باستعمال (C_f) والمستقيم (Δ) مثل الحدود u_0, u_1, u_2 على حامل محور الفواصل

(دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء).

1. برهن بالتراجع ، من أجل كل عدد طبيعي n، $1 \le u_n \prec \sim$

3.أ) تحقق أن $u_{n+1} - u_n = g(u_n)$ واستنتج من إجابة السؤال الجزء الثاني 3.ب) أن (u_n) متزايدة .

ب) استنتج أن (u_n) متقاربة.

الموضوع الثاني :

التمرين الاول : (05ن)

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2-2\sqrt{3}\,z+4=0$.

2.أكتب الحلول على الشكل المثلثي.

3.نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-\sqrt{3}-i$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

ب)أكتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة z_A ، z_B و z_C

ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقي .

4 .ليكن التحويل النقطي S الذي بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقط M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=(1-i\sqrt{3})z-\sqrt{3}+3i$

أ) عين طبيعة S وعناصره المميزة(النسبة ، الزاوية والمركز).

ب)بين أن المجموعة (E) للنقط M و التي تحقق $(z-z_A)\overline{(z-z_A)}=z_C.\overline{z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ج) عين المجموعة (E') صورة (E) بالتحويل S و أعط عناصرها المميزة .

التمرين الثاني :(03.5ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(2;1;-2)$ ، $B(3;-1;0)$ والشعاع $\vec{u}(1;2;-1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $x-y+2z-3=0$

1. عين إحداثيات النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 4 ، -2 على الترتيب .
2. عين مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق ، $\left\|4\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right\|=3$ وعناصرها المميزة .
3. عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P).
4. نعتبر المستقيم (D) الذي يمر بالنقطة A ويوازي الشعاع $\vec{u}$ والمستقيم (D')

حيث : $t\in\mathbb{R}$: $\begin{cases}x=3+2t\\ y=1+2t\\ z=t\end{cases}$ تمثيلا وسيطيا له .

بين أن المستقيمين (D) و (D') من نفس المستوي.

التمرين الثالث :(04.5نقطة)

(u_n) متتالية معرفة بـــما يلي: $u_0=0$ ، $u_1=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2}=5u_{n+1}-4u_n$.

1.احسب u_2 و u_3.

2.أ – برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=4u_n+1$.

ب – بين أن u_n عدد طبيعي، ثم استنتج أن: u_n و u_{n+1} أوليان بينهما.

3. (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ ما يلي: $v_n = u_n + \frac{1}{3}$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب v_n ثم u_n بدلالة n.

ج) استنتج من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD\left((4^{n+1}-1),(4^n-1)\right)$

4. أ) ادرس حسب قيم العـ الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{3n}$.

جـ) عين قيم العدد الطبيعي n حيث العدد $9S_n + 8n$ يقبل القسمة على 7.

التمرين الرابع : (07ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + x\ln(x+2)$ وليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. ا)احسب $f'(x)$ و $f''(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-2;+\infty[$.

ب)عين إشارة $f''(x)$ واستنتج تغيرات f'.

ج)بين أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ~ حيث : $-0.6 < \sim < -0.5$.

د)استنتج حسب قيم x إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

2. ا)ادرس تغيرات f وشكل جدول تغيراتها.

ب) بين أن: $f(\sim) = \frac{-\sim^2+\sim+2}{\sim+2}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\sim)$.

3. M_0 نقطة من (C_f) فاصلتها x_0 و (T_{x_0}) مماس للمنحنى (C_f) عند M_0.

ا) بين أن المماس (T_{x_0}) يمر من المبدأ O إذا وفقط إذا كان : $f(x_0) = x_0 \times f'(x_0)$.

ب) استنتج المماسات لـ (C_f) التي تمر من المبدأ O.

ت) ارسم المماسات والمنحني (C_f).

4. ا) تحقق أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $\frac{x^2}{x+2} = x - 2 + \frac{4}{x+2}$.

ثم استعمل التكامل بالتجزئة لحساب $\int_{ª}^{0} x\ln(x+2)\,dx$ (ª عدد حقيقي)

ب/استنتج المساحة $A(ª)$ المحددة بالمنحني (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = ª$ و $x = 0$. $(-2 \prec ª \prec 0)$.

ت)احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} -2} A(ª)$.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح في بكالوريا جوان 2016 لستاذ المادة ....