الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **مديرية التربية لولاية باتنة**

إختبار البكالوريا التجريبية

الشعبة:علوم تجريبية **دورة:ماي 2017**

اختبار في مادة:الرياضيات **المدة: 3 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول:4ن

1)في المستوي المركب $(o;\vec{i},\vec{j})$ تعطى النقطتان A,B لاحقتاهماعلى الترتيب z_A و z_B حيث:

$$z_A=1-i;z_B=2+\sqrt{3}+i$$

أ) حدد الطويلة وعمدة للعدد z_A

ب)أكتب العدد: $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الجبري

ج)برهن أن: $\frac{z_B}{z_A}=(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$

د)استنتج شكلا مثلثيا للعدد z_B

2)لتكن النقطة Cنظيرة النقطة Aبالنسبة للمبدأ O عين اللاحقة z_C للنقطة C

3)بين أن العدد lحيث : $l=\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{8n}+\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$حقيقي من أجل كل عدد طبيعي n

4)بين أن النقطة ذات اللاحقة $(z_A)^{2012}$ تنتمي إلى محور الأعداد الحقيقية

التمرين الثاني:4ن

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $u_0=-\frac{5}{4}$ و $u_{n+1}=(2+u_n)^2-2$

1)أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $-2\prec u_n\prec -1$

ب) بين أن (u_n) متناقصة تماما

ج) استنتج أن (u_n) متقاربة وحدد نهايتها

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n+2)$

أ-اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب-اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n.

3)أحسب المجموع s_n حيث: $S_n = {v_0}^2 + {v_1}^2 + ... + {v_n}^2$

4)أ)أوجد الجداء p حيث: $p = (u_0+2)(u_1+2)(u_2+2).....(u_n+2)$

ب) أحسب بدلالة n الجداء: $P_n = v_0 \times v_1 \times ....v_n$

التمرين الثالث:5ن

يحتوي كيس على n كرية بيضاء وعلى 5 كريات حمراء و 3كريات خضراء حيث n عدد طبيعي ، كل الكريات متماثلة عدااللون ،نسحب كريتين في آن واحد

1) ما احتمال الحصول على كريتين بيضاوين؟

2) نفرض أن: $n \geq 2$ ونرمز لاحتمال الحصول على كريتين من نفس اللون بالرمز $p(n)$

أ)بين أن: $p(n) = \frac{n^2-n+26}{(n+8)(n+7)}$.

ب)أوجد: $\lim_{n\to+\infty} p(n)$ وفسر النتيجة .

التمرين الرابع:7ن

أولا: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$بـِ : $g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 1$

1)بين أن الدالة المشتقة g'للدالة gعلى المجال $]0;+\infty[$ معرفة كما يلي: $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$

2)إستنتج إشارة $g(x)$

ثانيا: الدالة f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2}$ ، نسمي (c) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O\,;\,\vec{i},\vec{j})$

1) عين نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

3) ضع جدول تغيرات الدالة f

ثالثا:

1) نضع من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x)=x+\ln x$

أ) أدرس تغيرات الدالة h واستنتج أن المعادلة : $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a من المجال $[0,4;0,7]$

ب)تحقق أن: $e^{-a}=a$

2) أ)برهن أن (Δ) ذاالمعادلة: $y=x$ مقارب للمنحني (c)

ب)استنتج وضعية (c) مع (Δ).

3) أرسم (c) و (Δ)

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: 4ن

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر المستقيم (Δ) المار بالنقطة $A(-3,-1,-3)$ و $\vec{u}(2,-2,-1)$ شعاع توجيه له ، و المستقيم (d) تمثيله الوسيطي :

$$\begin{cases} x = t+3 \\ y = 2t+2 \\ z = -2t+3 \end{cases} , t \in \mathbb{R}$$

1- أ) تحقق أن النقطة $B(3,2,3)$ تنتمي للمستقيم (d) .

ب) بين أن المستقيمين (Δ) و (d) متعامدين ، و ليسا من نفس المستوي.

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي الذي يحوي (Δ) و يوازي (d) .

2- (S) سطح كرة مركزها $C(-1,0,-1)$ و نصف قطرها 6. و (P) مستو معادلته :

$$2x+y+2z+13=0$$

أ) أثبت أن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها A ، يطلب تعيين نصف قطرها. .

ب)بين أن المستقيم (d) مماس لسطح الكرة في النقطة B .

التمرين الثاني: 4ن

(u_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي: $u_0 = \frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n+1}$

1)برهن بالتراجع أنه ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \prec u_n \prec \frac{1}{2}$

2)أ)تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$ واستنتج إتجاه تغيرات (u_n)

ب) بين أن (u_n) متقاربة وعين نهايتها.

3)نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) كما يلي: $v_n = \frac{5^n u_n}{2u_n - 1}$

أ) برهن أن (v_n) هندسية أساسها 10 يطلب تعيين حدها الأول v_0.

ب)أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أن: $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1}+3}$

ج)أحسب من جديد $\lim_{n\to\infty} u_n$.

د)أوجد بدلالة n المجموع s_n حيث: $s_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + ... + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثالث:5ن

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب Z : $(Z-i)(Z^2+2Z+2)=0$.

2. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A، B، C، D ذات اللواحق على الترتيب $Z_A = i$ ، $Z_B = 2$ ، $Z_C = -1-i$ و $Z_D = 1-2i$.

أ. بين أن النقطة D مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,-1)\}$.

ب. اكتب العدد المركب $\frac{Z_D - Z_A}{Z_B - Z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ ؟

جـ. اكتب العدد المركب $-4+4i$ على الشكل الأسي ، ثم احسب $(-4+4i)^{2016}$.

3 .من أجل كل نقطة M من المستوي تختلف عن B لاحقتها Z ،نرفق النقطة M' لاحقتها Z' حيث:

$$Z' = \frac{iZ - 4 + 2i}{Z-2}$$

أ. تحقق أن : $Z' - i = \frac{-4+4i}{Z-2}$.

ب. بين أن $AM' \times BM = 4\sqrt{2}$ و $(\vec{u};\overrightarrow{AM'}) + (\vec{u};\overrightarrow{BM}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ حيث k عدد صحيح نسبي.

جـ.بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى دائرة مركزها B ونصف قطرها 4 ،فإن M' تنتمي إلى مجموعة يطلب تعيينها.

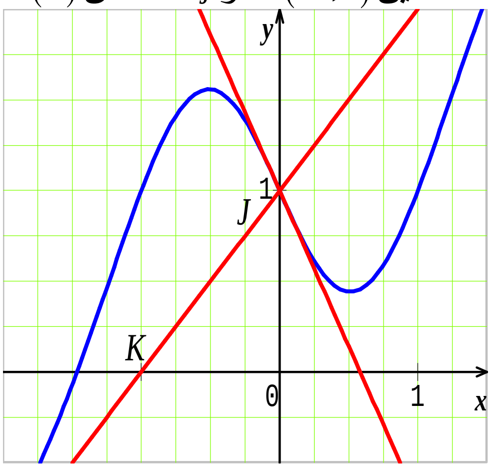
4. (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\arg(Z' - i) = \frac{\pi}{4}$.

أ. تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $Z_E = 2+i$ تنتمي إلى المجموعة (Γ).

ب. عين طبيعة المجموعة (Γ).

التمرين الرابع:7ن

في الشكل التالي لدينا التمثيل البياني (C) في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ للدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و كذلك مستقيمه المقارب (D) و المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.نعلم أن النقطة $J(0;1)$ مركز تناظر للمنحني (C) و المستقيم (D) يشمل النقطتين $K(-1;0)$ و j ، المماس (T) معادلة له: $y=(1-e)x+1$.



1) عين معادلة للمستقيم (D) .

2) نفرض أنه يوجد عددين حقيقيين m,p و دالة φ معرفة على $\mathbb{R}$ حيث من أجل كل عدد حقيقي x:

$f(x)=mx+p+\varphi(x)$ مع $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=0$

أ) بين أن $m=p=1$.

ب) باستعمال النقطة J بين أنه من أجل كل عددحقيقي x: $f(x)+f(-x)=2$.

جـ- استنتج بعد التعبير عن $f(x)$ و $f(-x)$ أن الدالة φ فردية.

د)استنتج من السؤال ب - أن f' ، مشتقة الدالة ، زوجية.

3) نفرض الآن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\varphi(x)=(ax+b)e^{-x^2}$ حيث b,a عددان حقيقيان.

أ) باستعمال شفعية الدالة φ ، بين أن $b=0$.

ب) احسب $f'(x)$.

جـ) مستعملا معامل توجيه المماس (T) بين أن $a=-e$.

د) استنتج عبارة $f(x)$.