الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية السعيد زروقي

امتحان البكالوريا التجريبي — **دورة ماي 2017**

الشعبة رياضيات

اختبار في مادة الرياضيات — **المدة 04سا و 30**

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين التالين

الموضوع الأول

التمرين الأول(3ن) **أجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض**

1) اوجد العبارة الخطية للدالة $h(x) = cos^5x$ ثم استنتج دالتها الأصلية H التي تحقق $\mathrm{H}(\pi) = 16$ (توجيه استعمل نشر $\left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)^5$)

2) الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

احسب اصغر بمسافة بين المستقيمين (Γ)و(δ) بحيث

$$(\Gamma)\begin{cases} x = -2t - 1 \\ y = 3t + 2 \quad ; t \in \mathbb{R} \\ z = 2 \end{cases} \qquad (\delta)\begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = -\alpha \quad ; \alpha \in \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$$

3) بين صحة المساواة $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{4k}{4k^4+1} = 1 - \frac{1}{2n^2+2n+1}$

(إستعمل$(4a^4 + b^4 = (2a^2 + 2ab + b^2)(2a^2 - 2ab + b^2)$

التمرين الثاني(5ن)

لتكن المتتالية $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي $w_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$

حيث e يرمز الى اساس اللوغاريتم النبيري

1) احسب w_1

باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن $w_n = e - nw_{n-1}$

2) لتكن المتتالية $(\varphi_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ بحيث $w_n = (-1)^{n}(e\varphi_n - n!)$

عبر عن φ_{n+1} بدلالة φ_n واستنتج أن حدود المتتالية (φ_n)طبيعية

برهن بالتراجع من اجل $n \in \mathbb{N}^*$ أن $n - 1 \le \varphi_n$

3) بين ان المتتالية $(\mathcal{L}_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة كما يلي $\mathcal{L}_n = \frac{1}{n!\varphi_{n+1}}$ متقاربة

التمرين الثالث(5ن)

(I) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $\frac{\sqrt{2}z}{2} = \sqrt{z-2}$

ا ستنتج حلول المعادلة $\left(\overline{z} + 2 + 2\sqrt{3}i\right)^2 - 2\overline{z} = 4\sqrt{3}i$ حيث $\overline{z}$ هو مرافق z

(II) المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس$(O,\vec{i},\vec{j})$ نقط ذات اللواحق D,C,B,A على

الترتيب $z_D = -1 + 3\sqrt{3}i\,, z_C = -1 + \sqrt{3}i\,, z_B = 1 - \sqrt{3}i\,,\ z_A = 1 + \sqrt{3}i$

أوجد زاوية و نسبته التشابه المباشر $\mathcal{S}$ا الدي مركزهB ويحول C إلى A ثم اعط عبارته المركبة

عين إحداثيات$\grave{D}$ صورة D بالتشابه $\mathcal{S}$ ثم إستنتج أن المثلثين BCD و $BA\grave{D}$ متشابهين

نعتبر التحويل النقطيΦ الدي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(Z')$ بحيث

$$2Z' = 2(-i\cos(\pi/6) + \sin(\pi/6))z - 1$$

عين طبيعة التحويل Φ وعناصره المميزة

عين العبارة المركبة للتحويل $\Phi o S$

عين طبيعة مجموعة النقط M من المستوي (Γ) بحيث $(\Gamma): 2(\mathrm{Z}+\bar{\mathrm{Z}})+\mathrm{Z}\bar{\mathrm{Z}}=0$

عين صورة المجموعة(Γ)بالتحويل $\Phi\mathrm{o}\mathrm{S}$

التمرين الرابع(7ن)

(I) نعتبر الدالة العددية fالمعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$كما يلي $f(x)=(1-2x)e^{2x}$

نسمي(C_f) منحناها البياني في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$وحدةالطول $2cm$

أدرس تغيرات الدالة fشكل جدول تغيراتها ثم أنشئ (C_f) في المعلم السابق

ناقش حسب قيم mعدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=f(m)$ حيث m و سيط حقيقي

أحسب بcm^2 و بدلالة λ المساحة $\mathrm{S}(\lambda)$ لحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f)

و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ و $x=\frac{1}{2}$ و $x=\lambda$ بحيث $\lambda<\frac{1}{2}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{S}(\lambda)$

(II)

احسب المشتقات المتتابعة $f^{(\mathrm{n})}$ للدالة f حتى الرتبة 4 من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

أوجد تخمينا للعبارة العامة ل$f^{(\mathrm{n})}$ ثم برهن بالتراجع هدا التخمين

أستنتج حلول المعادلة التفاضلية $y''=8(-2-2x)e^{2x}$

(III)

من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المنحي $\left(C_{f^{(\mathrm{n})}}\right)$ الممثل للدالة $f^{(\mathrm{n})}$ يقبل مماس يوازي

حامل محور الفواصل في النقطة $M_{n(x_n,y_n)}$احسب بدلالة n كلا من y_n و x_n

بين أن المتتالية(x_n)حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول أحسب $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$

بين أن المتتالية (y_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول   أحسب $\lim_{n\to\infty} y_n$

الموضوع الثاني

التمرين الأول(3ن) أجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض

1) نعتبر المعادلة التفاضلية (E) بحيث $(E)\ y'' - 2y' + y = 4e^x$ بين ان الدالة ψ

بحيث $\psi(x) = (2x^2 - 3x)e^x$ هي حل ل(E) وأستنتج دالة أصلية لدالة ψ

2) المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ولتكن النقطة $M(z)$ ذات

عين مجموعة النقط من المستوي دات اللاحقة z التي تحقق

$$arg(\bar{z} - 2i)^2 - arg(2\bar{z} - 4i)^2 + arg(i + 1) = \frac{\pi}{7}$$

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

بين انه اداكان n فرديا فإن A_{n+1} يقبل القسمة على 7

التمرين الثاني(5ن)

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ و α عدد حقيقي من المجال $]0, \pi[$

لتكن (S_α) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق

$$(S_\alpha): OM^2 - 2\cos(\alpha)\left[\overrightarrow{OM} \cdot (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})\right] + 3 - 4\sin^2(\alpha) = 0$$

1) اعط معادلة ديكارتية ل (S_α)

2) بين ان (S_α) هي سطح كرة يطلب تعين مركزها I_α و نصف وقطرها R_α

استنتج مجموعة النقط I_α عندما يمسح α المجال $]0, \pi[$

3) عين سطوح الكرات (S_α) التي تمر بالمبدأ O

بين أن O منتصف القطعة $[I_{\pi-\alpha}I_{\alpha}]$

استنتج أن (S_{α})و$(S_{\pi-\alpha})$ متناظران بالنسبة إل O

4) ليكن المستوي (P) دو المعادلة $x+y+z=0$

عين احداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة I_{α} على (P) ثم ادرس(P)و (S_{α})

التمرين الثالث(4ن)

1- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 2^n على 5

استنتج باقي القسمة الاقليدية ل $(2014^{2n+1}+2016^{8n}\times 2-2017^{4n+3})$على5

2- بين ان العدد131 اولي

3- عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق $\begin{cases}3m+7d=2^n-8\\ ab=5m\end{cases}$

حيث d=PGCD(a,b) و m=PPCM(a,b)

4- عين قيم يكون $7<n<15$ ثم استنتج الثنائيات (a,b)

التمرين الرابع(8ن)-

I) نعتبر الدالة العددية f_nالمعرفة على $]0,+\infty[$كما يلي $f_n(x)=\frac{(lnx)^n}{x^2}$

نسمي(C_{f_n}) منحناها البياني في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (nعدد طبيعي غير معدوم)

أدرس تغيرات f_1 ثم عين معادلة المماس (T) للمنحني (C_{f_1})في التقطة دات الفاصلة 1

بين ان جميع المنحنيات(C_{f_n}) تشترك في نقطتين ثابتين عينهما

أدرس اتجاه تغيرات الدالةf_n *في حالة* n فردي ثم في حالةn زوجي ثم شكل جدولين لتغيراتها

أنشئ (C_{f_1}) و (C_{f_2})

(II) (φ_n) متتالية عددية معرفة ب $\varphi_n = \int_1^e f_n(x)dx$

أحسب φ_1 ثم بين أن $\varphi_{n+1} = -\frac{1}{e} + (n+1)\varphi_n$

احسب φ_2 استنتج مساحة الحيز من المستوي المحدد ب (C_{f_1}) و (C_{f_2}) والمستقيمين ذي المعادلتين

$x=1$ و $x=e$

(III)

نعتبر الان $(\mathcal{W}_n)$ متتالية عددية معرفة ب $\mathcal{W}_n = \int_1^{e^2} f_n(x)dx$

أحسب $\mathcal{W}_1$ ثم بين أن $\mathcal{W}_{n+1} = -\frac{2^{n+1}}{e^2} + (n+1)\mathcal{W}_n$ $(1 \preccurlyeq n)$

أستنتج $\mathcal{W}_1$ و $\mathcal{W}_2$

لتكن الدالة g المعرفة كما يلي $g(X)=\frac{(lnx)^2}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$

أوجد حجم المجسم المولد عن دوران منحني الدالة g حول حامل محور الفواصل في المجال

$x \in [1,e^2]$

الموضوع الثالث

التمرين الأول(4ن) أجب عن الأسئلة الآتية المستقلة عن بعضها البعض

1) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية aوbوc بحيث

$$\frac{x^2}{(x-1)^2} = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$$

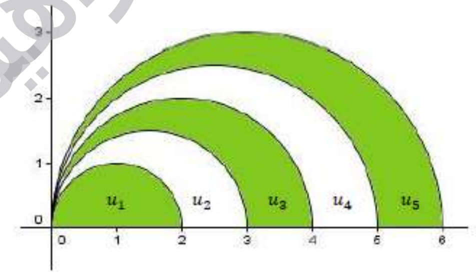
احسب القيمة المتوسطة للدالة $h(x)=\frac{x^2}{(x-1)^2}$ في المجال $[0,-3]$

2) لتكن المتتالية(ϖ_n) المعرفة بحدها العام كما يلي $\varpi_n = \frac{11}{2} + \frac{-5n}{2}$

برهن بالتراجع من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم صحة المساواة

$$\varpi_1 + 2\varpi_2 + 3\varpi_3 + \cdots + n\varpi_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$$

3)اثبت ان المتتالية(u_n)للمساحات كما في الشكل أدناه هي متتالية حسابية اوجد عبارة حدها العام والحد u_{100}



التمرين الثاني(5ن)

1)نعتبر الدالة φ المعرفة على $]0,+\infty[$كما يلي $\varphi(x) = \frac{x^2-1}{4} - 2lnx$

ادرس تغيرات الدالةφ

برهن أن للمعادلة $\varphi(x) = 0$ حلا وحيداα حيث $3 < \alpha < 4$ ثم انشئ (C_φ)

2) نعتبر الدالة μ المعرفة على $]3,+\infty[$ كما يلي $\mu(x)=\sqrt{1+8lnx}$

برهن أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تكافئ المعادلة $\mu(x)=x$

برهن أن $\varphi(x)\geqslant 3$ و ان $0<\varphi'(x)\leqslant\frac{4}{9}$

3) نعتبر المتتالية (ζ_n) المعرفة كما يلي

$$\begin{cases}\zeta_0=3\\ \zeta_{n+1}=\mu(\zeta_n)\end{cases}$$

برهن بالتراجع أن $\zeta_n\geqslant 3$

باستعمال التكامل برهن أن $0<\zeta_{n+1}-\alpha\leqslant\frac{4}{9}(\zeta_n-\alpha)$

من العبارة الاخيرة اوجد حصرا احد طرفيه $\left(\frac{4}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\mapsto\infty}\zeta_n$

التمرين الثالث(5ن)

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء ، كرتين صفراوين وكرتين حمراوين. نسحب كرتين على التوالي (بدون إرجاع).

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة و Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الصفراء المسحوبة.

1) عين القيم الممكنة لـ X .

2) عين قانون احتمال المتغير X .

3) احسب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير X .

4) أجب عن نفس الأسئلة السابقة بالنسبة للمتغير Y .

5) نعتبر المتغير العشوائي Z حيث $Z=X+Y$ ، وليكن N المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

- عبر عن Z بدلالة N . • استنتج قانون احتمال Z .
- احسب $E(Z)$ الأمل الرياضياتي لـ Z و $\sigma(Z)$ تباين Z .

التمرين الرابع(6ن)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

لتكن الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=e^{-x}\cos(4x)$$

الشكل ادناه هو تمثيلها البياني Γ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $g\left(x\right)=e^{-x}$

و نرمز بِ C إلى تمثيلها البياني في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1. أ–بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$:

$$-e^{-x}\leq f\left(x\right)\leq e^{-x}$$

ب– استنتج نهاية f عند $+\infty$.

2. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين Γ و C .

3. نعرف المتتالية (u_n) على$\mathbb{N}$ بـ $u_n=f\left(n\frac{\pi}{2}\right)$

أ– بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها.

ب– استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)و ادرس تقاربها.

4. أ– بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$:

$$f'\left(x\right)=e^{-x}\left[\cos\left(4x\right)+4\sin\left(4x\right)\right]$$

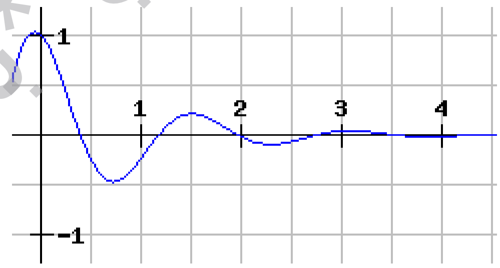
ب– استنتج أن المنحنيين Γ و C لهما نفس المماس عند كل نقطة من نقط تقاطعهما.

5. أعط قيمة مقربة إلى 10^{-1} لمعامل توجيه المماس T

للمنحني Γ عند النقطة التي فاصلتها $\frac{\pi}{2}$

- أتمم الشكل السابق برسم المماس T و المنحني C.

اوجد مساحة الحيز المحدد ب Γ و C *في المجال[0:1؛5]*



عن الأستاذ لعلاوة علي