اختبار في مادة الرياضيات

☜ على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول:

التمرين الاول : (05نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبرالنقط $A(-1;1;3)$, $B(2;1;0)$ و $C(4;-1;5)$

1) هل يمكن اعتبار النقطة C مرجح للنقطتين A و B؟

2) لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2);(B;-1)\}$

أ) عين إحداثيات النقطة G

ب) عيّن S مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $(2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}).\overrightarrow{MC}=0$

ج) ليكن a عددا حقيقيا و لتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{MC}=a$

- عين بدلالة a معادلة ديكارتية للمجموعة (P)
- عين قيمة a حتى يكون (P) المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

3) لتكن (S') مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث $x^2+y^2+z^2-11z+2=0$
و نعتبر المستوي (Q) ذو المعادلة $x-z+1=0$

أ) بين أن (S') سطح كرة يطلب تعيين مركزه و نصف قطره.

ب) بين أن (S') و (Q) يتقطعان وفق دائرة (لا يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها)

التمرين الثاني (05 نقا ط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(E): z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقطA و B التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=\sqrt{3}-i$. اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الاسي ثم انشئ النقطتين A و B

2) عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق $z=2e^{i\frac{\pi}{6}}+2e^{i\theta}$ حيث θ يمسح $\mathbb{R}$.

3) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي .

4) عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A'صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

5) عين $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالتحاكي الذي مركزه النقطة O ونسبته $-\frac{3}{2}$.

✍**التمرين الثالث**(04**نقاط**) :

لتكن (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة بِـ $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+\frac{4}{3}$.

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3. و ما هو تخمينك حول إتجاه تغير المتتالية (u_n)
2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \le 2$.
3) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة.
4) استنتج مع التبرير أن المتتالية (u_n) متقاربة.
5) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-2$

أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1}=\frac{1}{3}v_n$. استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

ب) أكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

ج) أحسب بدلالة n كلا من s_n و t_n حيث : $s_n=v_0+v_1+...+v_n$ ، $t_n=u_0+u_1+...+u_n$

✍**التمرين الرابع**(06 **نقاط**) :

I نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $D=]0,+\infty[$ ب : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$

1) اوجد نهايتي الدالة g عند حدود مجال تعريفها

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها و استنتج اشارة الدالة g

II نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $D=]0,+\infty[$ كالتالي : $f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln(x)}{x}$ وليكن (C) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$(الوحدة $2cm$)

1) ا) احسب : $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to0^+}f(x)$ (فسر النتيجة هندسيا)

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) ثم ادرس وضعية(C) بالنسبة الى (Δ)

2) ا- تحقق انه من اجل كل x ينتمي الى $D=]0,+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها

ج) اكتب معادلة ديكارتية لمماس (T) للمنحني (C)عند النقطة $A\left(1;\frac{3}{2}\right)$

3) اثبت ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{1}{2},1\right[$ ثم ارسم كل من (C) و(Δ) و (T)

III 1) نضع من اجل $x\in D$: $h(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln(x))^2$ احسب $h'(x)$. ماذا تستنتج ؟

2) أحسب بـ cm² S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C)و بالمستقيمات التي معادلتها $y=0$ و $x=e$ $x=1$

الموضوع الثاني

التمرين الاول(05 نقاط) :

لمستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ الوحدة $\|\vec{u}\|=\|\vec{v}\|=2cm$

نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $z_A=1$ و الدائرة (ς) ذات المركز A و نصف القطر 1 .

الجزء الاول:

لتكن النقطة F ذات اللاحقة $z_F=2$ و النقطة B ذات اللاحقة $z_B=1+e^{i\frac{\pi}{3}}$ و E نقطة لاحقتها $z_E=(1+z_B{}^2)$

1) ا) بين ان النقطة B تنتمي الى الدائرة (ς)

ب)عين قيسا بالراديان للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AB}\right)$ ثم انشئ النقطة B

2) ا) اكتب كلا من العددين المركبين $\left(z_B-z_A\right)$ و $\left(z_E-z_A\right)$ على الشكل الاسي .

ب) استنتج ان النقط B,A و E في استقامية ثم انشئ النقطة E .

الجزء الثاني

من اجل كل عدد مركب z يختلف عن 1 نعتبر النقطتان M و M' ذات اللاحقتان z و z' على الترتيب حيث $z'=1+z^2$

1) من اجل $z\neq 0$ و $z\neq 1$ اعطي تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\dfrac{z'-1}{z-1}$

2) استنتج ان النقط M,A و M' في استقامية اذا وفقط اذا كان $\dfrac{z^2}{z-1}$ حقيقي .

التمرين الثاني(04 نقاط) :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(\mathrm{O},\vec{\mathrm{i}},\vec{\mathrm{j}},\vec{\mathrm{k}}\right)$ نعتبر النقط $A(1;1;2)$, $B(1;3;0)$ و $C(2;1;1)$.

1) ا) برهن ان المثلث ABC قائم في النقطة C

ب) اكتب تمثيلا وسطيا للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

2) لتكن (S) المجموعة المعرفة ب : $x^2+y^2+z^2-4x-6y-4z+12=0$ و المستوي (P_m) بالمعادلة $x+my+z-4=0$ حيث m وسيط حقيقي.

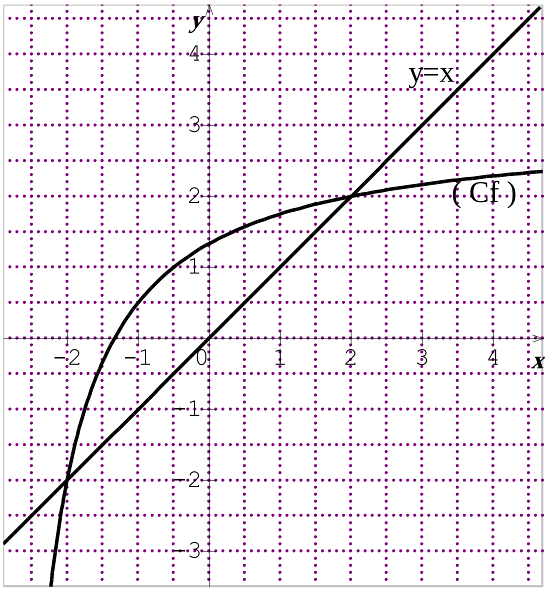
أ) بين ان (S) سطح كرة يطلب تعين مركزها Ω و نصف قطرها R .

ب) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث (P_m) يقطع (S) وفق دائرة نصف قطرها يساوي $\sqrt{2}$.

3) أحسب حجم رباعي الوجوه OABC .

التمرين الثالث(05**نقاط**) :

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.مثلنا الدالة f المعرفة على المجال $]-3;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{3x+4}{x+3}$ و المستقيم ذي المعادلة



1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي :

$u_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+4}{u_n+3}$.

أ) انقل الشكل ثم مثل الحدود u_0 , u_1 , u_2 , u_3 على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب ونهاية هذه المتتالية

2) أ)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3-\dfrac{5}{u_n+3}$

ب) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $-2 \prec u_n \prec 2$

ج) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و احسب نهايتها

3) (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+2}$

أ) اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ ثم تحقق من نتيجة السؤال 2 - ج

التمرين الرابع(06**نقاط**) :

الجزء الاول: 1) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x^2+2x-3\geq 0$ ثم استنتج حلول المتراجحة $e^{2x}+2e^x-3\geq 0$

2) بين ان : $\dfrac{e^{2x}+2e^x-3}{(e^x+1)^2}=1-\dfrac{4}{(e^x+1)^2}$

الجزء الثاني : لتكن الدلة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x-5+\dfrac{4}{e^x+1}$.

ليكن (C) المنحني البياني للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

1) .احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) احسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ادرس اشارة الفرق $f(x)+1$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-1$.

4) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) عند النقطة A ذات الفاصلة $ln(3)$.

5) أنشئ (T) والمنحني (C).

6) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\dfrac{4}{e^x+1}=4-\dfrac{4e^x}{e^x+1}$

ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=0$ و $x=ln(3)$