المستوى : الثالثة	الشعبة : رياضيات	المدة :4 ساعات و 30 د

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

على المترشح اختيار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الأول: (04ن)

س حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = 1+5^1+5^2+.........+5^n$

أ- بين أن : $4S_n = 5^{n+1} - 1$

ب- ليكن a عدد صحيح نسبي . بين أن : $4S_n \equiv a[7]$ إذا وفقط أذا كان $S_n \equiv 2a[7]$.

ج- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد S_{2016} على 7 .

3) n عدد طبيعي معطى ، نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلتين : $5^n x - S_n y = 0........(E)$ و $5^n x - S_n y = 7........(E')$.

أ- بين أنه من أجل عدد طبيعي n S_n و 5^n أوليان فيما بينهما .

ب- حل المعادلة . (E)

ج- بين أن حلول المعادلة (E') هي الثنائيات (x,y) بحيث : $x = 35 + kS_n$ و $x = 28 + k5^n$ مع . $k \in \mathbb{Z}$

د- حل في $\mathbb{Z}^2$ الجملة : $\begin{cases} 25x - 31y = 7 \\ p\gcd(x,y) = 7 \end{cases}$

التمرين الثاني(04.5ن) :

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(-\sqrt{2};1;0)$ ، $B(0;0;-\sqrt{2})$ والمستوي (P) ذو المعادلة الديكارتية : $x - y - z + \sqrt{3} = 0$.

1) أ- بين أن المستقيم (AB) ليس عموديا على المستوي (P).

ب- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المار بالنقطتين A و B والعمودي على المستوي (P) .

2) لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها O والمماسة للمستوي (P).

أ- أكتب معادلة ديكارتية لـ (S).

ب- تحقق أن المستوي (Q) يمس (S) .

ج- لتكن I و J نقطتي التماس لـ (S) مع المستويين (P) و (Q) . بين أن . $IJ = \sqrt{2}$

3) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق :

$x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+1)x + 2my + 2(m-1)z - 2m\sqrt{3} = 0$ حيث m وسيط حقيقي .

أ- بين أن (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها I_m ونصف قطرها r_m .

ب- عين مجموعة النقط I_m لما يمسح m مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

ج- بين أن كل الكرات (S_m) تمر من دائرة ثابتة (C) موجودة في مستو يطلب تعيين مركزها H ونصف قطرها R .

التمرين الثالث (05ن)

جموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث : $p(z)=z^3-5z^2+8z-6$

- تحقق أن : $p(3)=0$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

2. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط $A;B;C$ و D التي لواحقها على الترتيب

$z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{®}{4}}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2z_B$ و $z_D=\mathrm{Re}(z_C+z_A)$.

أ- بين أن النقط $A;B;C$ تنتمي إلى نفس الدائرة مركزها D يطلب تعيين نصف قطرها .

ب-أحسب $Arg\left(\frac{z_C-z_D}{z_A-z_D}\right)$ ، فسر النتيجة هندسيا .

ت-عين $z_{D'}$ لاحقة النقطة D' حتى يكون الرباعي $ADBD'$ معين .

3تحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'-1+i=e^{i\frac{®}{2}}(z-1+i)$

أ- تعرف على طـ التحويل T وعناصره المميزة .

ب- عين قة النقطة E صورة النقطة O بالتحويل T ثم بين أن المستقيمين (AB) و (CE) متعامدان .

4. أ- θ عدد حقيقي . عين مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق : $z-z_C=z_A.\overline{z_A}.e^{i^-}$ لما $^-$ يمسح $\mathbb{R}$.

ب- عين مجموعة النط $M(z)$ من المستوي حيث : $Arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right)=\frac{®}{2}+k®$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الرابع (06.5ن)

من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما k ، نعتبر الدالة f_k المعرفة على R كما يلي: $f_k(x)=x+\frac{1-ke^{2x}}{1+ke^{2x}}$

نرمز بـــ (C_k) إلى منحني الدالة f_k في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.وحدة الأطوال $2cm$

1. احسب نهايتي الدالة f_k عند كل من $-\infty$ و $+\infty$

2. تحقق أن الدالة f_k هي حل للمعادلة التفاضلية : $y'=(y-x)^2$

ب/ن الدالة المشتقة f'_k تنعدم من اجل عدد حقيقي وحيد x_k يطلب تعيينه

ج/ تجاه تغير الدالة f_k ثم قدم جدول تغيراتها

3. لتكن A_k النقطة من المحنى (C_k) ذات الفاصلة x_k

أ / احسب ترتيبة النقطة A_k

ب/ بين ان النقطة A_k هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_k)

ج / بين ان النقطة A_k تنتمي الى نفس المستقيم عندما يمسح k المجال $]0;+\infty[$

4. أ / بين انه من اجل كل د حقيقي x فان $f_k(x)$ يكتب بالشكلين الاتيين :

$$f_k(x)=x-1+\frac{2}{1+ke^{2x}} \quad \text{و} \quad f_k(x)=x+1-\frac{2ke^{2x}}{1+ke^{2x}}$$

بين ان المنحنى (C_k) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ_1) و (Δ_2) معادلتاهما : $y=x-1$ و $y=x+1$ ثم ادرس وضعية (C_k) بالنسبة لكل واحد منهما

ج نه توجد نقطة وحيدة من المنحنى (C_k) يكون فيها معامل توجيه المماس مساويا $\frac{1}{2}$

5. قيمة العدد k حتى يمر المنحنى (C_k) من مبدأ المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ ثم أنشئ المنحنيين (C_1) و $(C_{\frac{1}{4}})$

نعتبر الدالة g_k المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: ------------------- $g_k(x)=\frac{1-kx^2}{1+kx^2}+\ln x$

أ / بين انه من ا كل عدد حقيقي x اكبر تماما من الصفر : $g_k(x)=f(\ln x)$

ب / ـاه تغير الدالة g_k ثم قدم جدول تغيراتها

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ )$.

1)عة الأعداد المركبة المعادلة : $z^2-3z+3=0$ ثم أكتب الحلول على الشكل الآسي و ألمثلثي.

نضع $L=\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}$ يطلب إيجاد $\bar{L}$ مرافق L ثم أحسب L^{2017}.

2)ليكن r الدوران الذيمركزه Ω ذات اللاحقة $\omega=1+2i$ وزاويته $\frac{3\text{®}}{2}$.

- بين أن العبارة المركبة للدوران r هي : $z'=-iz-1+3i$

–لتكن (C) الدائرة التي معادلتها : $x^2+y^2-2x-4y=0$ ما هي صورة الدائرة (C) بواسطة الدوران r.

3)نقطتين A و B ذات اللاحقتين $a=4+i$ و $b=8+3i$ على الترتيب.

–عين بواسطة r لاحقة النقطة C صورة A بواسطة r.

–بين أن: $b-c=2(a-c)$ استنتج أن النقطة C هي مرجح النقطتين A و B .

4)ليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته $k=-3$ عين طبيعة التحويل T وعناصره حيث: $T=hor$

التمرين الثاني: (04,5ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية متزايدة حدودها موجبة معرفة على المجموعة $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} u_1+2u_2+u_3=100 \\ u_1\times u_3=256 \end{cases}$

1) أحسب u_2 ، u_1 و u_3 ثم عين أساس المتتالية q.

2) عبر عن عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

3) أحسب بدلالة n كلا من المجموع : $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ و الجداء $P_n=u_1\times u_2\times...\times u_n$

4) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5 .

ب) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $2016^{1436}+49^{2n+1}+5n-3$ على 5.

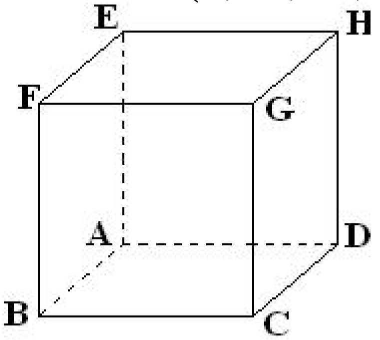
ج)نضع من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $S_n'=\frac{1}{\ln 2}\left[\ln 4+\ln 4^2+...+\ln 4^n\right]$

- أحسب S_n' بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n'+4n^2+7^{4n}\equiv 0[5]$

التمرين الثالث: (4,5ن)

اختر الإجابة الصحيحة أو الإجابات الصحيحة من بين الأجوبة المقترحة.

نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ الذي ضلعه 1 ، وينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$



نسمي I و J منتصفا القطعتين المستقيمتين $[EF]$ و $[FG]$ على الترتيب

و L مرجح الجملة $\{(A;1),(B;3)\}$.

ليكن المتوي (π) الذي معادلته $4x-4y+3z-3=0$.

1) إحداثيات النقطة L هي:

أ) $(\frac{1}{4};0;0)$ ب) $(\frac{3}{4};0;0)$ جـ) $(\frac{2}{3};0;0)$

2) (π) هو المستوي : أ) (GLE) ب) (LEJ) جـ) (GFA) .

3) المستوي الموازي للتوي (π) يمر بالنقطة I ويقطع المستقيم (FB) في النقطة M ذات الإحداثيات :

أ) $(1;0;\frac{1}{4})$ ب) $(1;0;\frac{1}{5})$ جـ) $(1;0;\frac{1}{3})$.

4) أ) المستقيمان (EL) و (FB) يتقاطعان في النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة B .

ب) المستقيمان (EL) و (IM) متوازيان .

جـ) المستقيمان (EL) و (IM) متقاطعان

التمرين الرابع: (06ن)

نعرف الدالة f على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x-1}{x+1}e^{x}$ و (C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أنه إذاكانت الدالة العددية u قابلة للإشتقاق على مجال I من $\mathbb{R}$ فإن $(u\times\exp)'=(u+u')\times\exp$

2) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]-1:+\infty[$

3) بين أنه من أجل $x>3$ فإن $f(x)>e^{x-1}$ ثم أنشئ (C_f) على $]-1:+\infty[$

4) بين أن المعادلة : $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا ~ على $]-1:+\infty[$ حيث $1.5<\sim<1.6$

5) من أجل $x\in\mathbb{R}-\{-1;1\}$ أحسب $f(x)\times f(-x)$ ثم إستنتج حلول المعادلة $f(x)=1$

6) حددعدد المستقيمات التي تمس كل من $(C_{\exp})$ و $(C_{\ln})$ في آن واحد

كن كالنخيل عن الأحقاد مرتفعا بالطوب يرمى فيعطي اطيب الثمر

بالتوفيق والنجاح في بكالوريا 2017